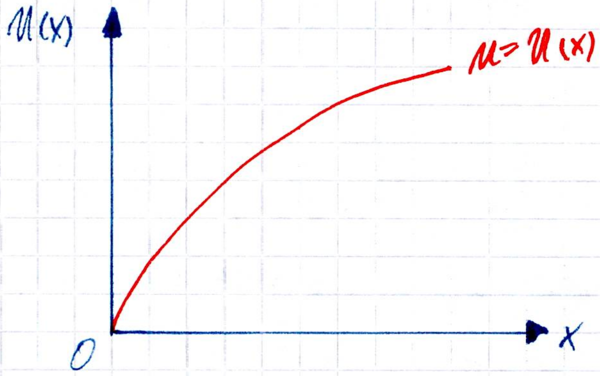
Das Nutzenkonzept:

→ Mit steigendem Konsum steigt der Nutzen. Höherer Konsum wird niedrigerem vorgezogen.

→ Die Zuwächse der einzelnen zusätzlichen Nutzeneinheiten pro weiterer Konsumeinheit werden geringer.

$\frac{du}{dx} > 0$ ⟹ der Nutzen nimmt mit zusätzlichem Konsum zu.

$\frac{d^2u}{dx^2} < 0$ ⟹ die Nutzenzuwächse nehmen ab.



$\frac{du}{dx} > 0$ – Nutzen nimmt zu
– jede zusätzliche Einheit stiftet zus. Nutzen

$\frac{d^2u}{dx^2} < 0$ – Nutzenzuwächse nehmen ab

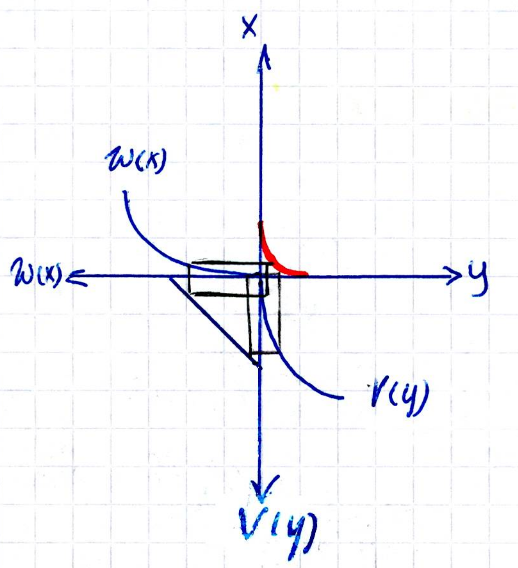
→ Nichtsättigungsaxiom:

mehr Konsum wird weniger Konsum vorgezogen

→ Gesetz des abnehmenden Grenznutzens

mit zunehmendem Konsum nimmt der Zusatznutzen ab. $\frac{d^2u}{dx^2} < 0$

→ grafische Ableitung der Kurve gleichen Nutzens (Indifferenzkurve)



$$\frac{dx}{dy} - \frac{\frac{du}{dx}}{\frac{du}{dy}} = \frac{V_x(x)}{w_y(y)}$$

→ Einkommenselastizität der Nachfrage:

Wie verändert sich die Nachfrage, wenn sich das Einkommen verändert.

wenn $e\downarrow x\downarrow$:

$$\eta_{xe} := \frac{e\,\frac{dx}{de}}{x} = \text{positiv}$$

$$= \frac{dx}{de}\cdot\frac{e}{x}$$

$$\frac{\frac{\partial N^x(e)}{x}}{\frac{de}{e}} = \frac{\text{rel. Änderung von } x}{\text{rel. Änderung von } e}$$

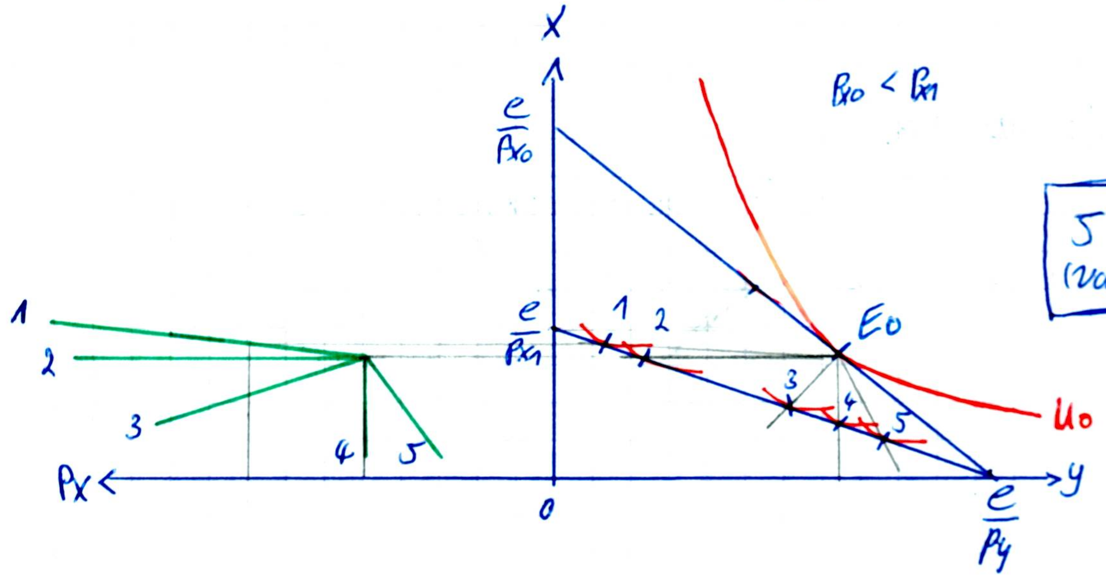
wenn $e\downarrow x\uparrow$:

$$\eta_{xe} := \frac{e\,\frac{dx}{de}}{x} = \text{negativ}$$

→ gibt an, um wie viel sich die Nachfrage erhöht, wenn sich e um 1% erhöht

$$= \frac{dx}{de}\cdot\frac{e}{x}$$

→ Ableitung der Nachfrage eines Nutzenmaximierenden Konsumenten:



$$\boxed{\begin{array}{c} \mathcal{S} = 1 \\ \text{(von der Steigung)} \end{array}}$$

→ Konzept der Elastizität der Nachfrage:

$$X_N = N(p_x)$$

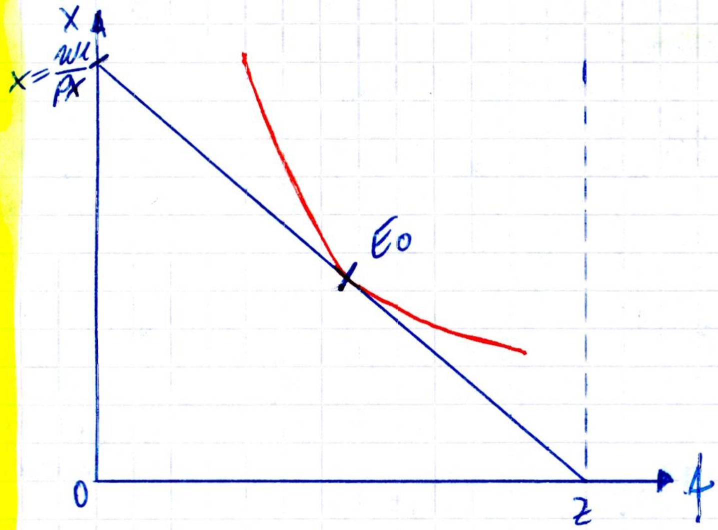
$$\eta\,(x, p_x) = \eta_{x p_x}$$

$$\frac{dN^x(p_x)}{dp_x}\cdot\frac{p_x}{x} \iff \frac{\frac{dN^x(p_x)}{x}}{\frac{dp_x}{p_x}}$$

rel. Änderung von $x = N^x$

rel. Änderung von p_x

→ Nutzenmaximum des Haushalts für Freizeit:



→ In E_0 ist der Nutzen maximal, Steigung der Indifferenzkurve = Steigung der Budgetgerade

$u = U(x,f)$

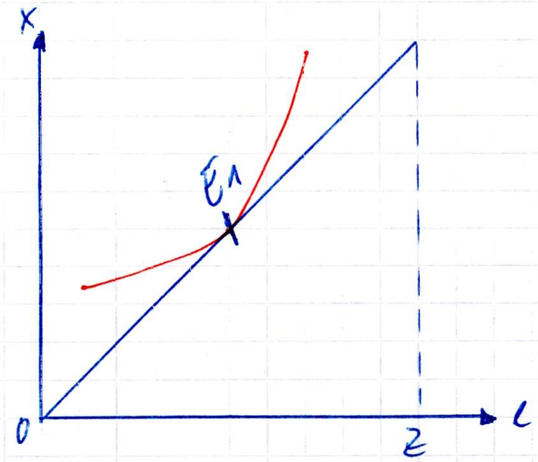
$U_x(x,f) > 0$
$U_{xx}(x,f) < 0$

$U_f(x,f) > 0$
$U_{ff}(x,f) < 0$

$$\frac{\frac{dU}{df}}{\frac{dU}{dx}} = \frac{w}{p_x}$$

Grenzzahlungsbereitschaft für eine weitere Einheit Freizeit in Einheiten des Konsumgutes ist gleich dem Reallohnsatz.

→ Nutzenmaximum des Haushalts für Arbeitszeit:



→ In E_1 ist der Nutzen maximal, Steigung der Indifferenzkurve = Steigung der Budgetgerade.

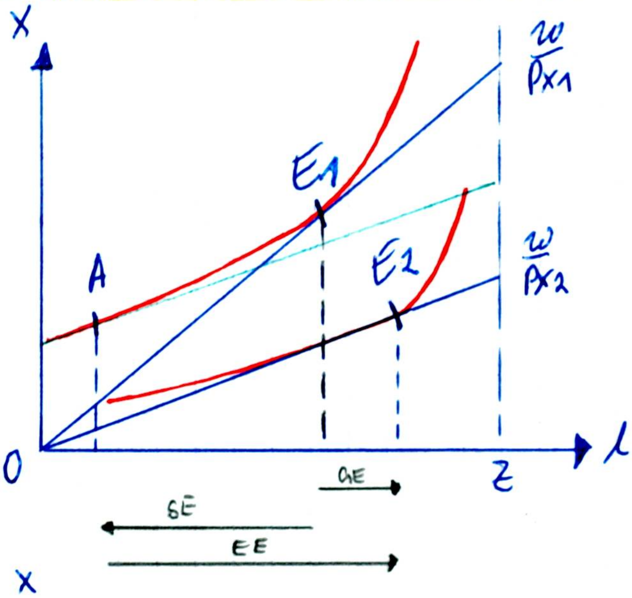
$u = U(x,l)$

$U_x(x,l) > 0$
$U_{xx}(x,l) < 0$

$$\frac{\frac{dU}{dl}}{\frac{dU}{dx}} = \frac{w}{p_x}$$

$\left.\begin{array}{l} U_l(x,l) < 0 \\ U_{ll}(x,l) < 0 \end{array}\right\}$ Arbeit ist ein Ungut

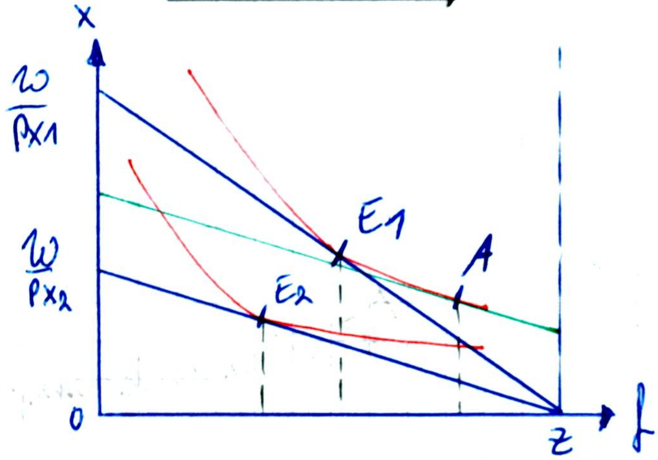
→ Substitutions- und Einkommenseffekt bei Arbeitszeit und Freizeit
→ immer an die Achse zeichnen



$\boxed{\frac{w}{p_x} \text{ sinkt von } \frac{w}{p_{x1}} \text{ auf } \frac{w}{p_{x2}}}$

$$\frac{\frac{dU}{dx}}{\frac{dU}{dl}} = \frac{w}{p_x}$$

$U_x(x,l)>0$
$U_{xx}(x,l)<0$
$U_l(x,l)>0$
$U_{ll}(x,l)<0$

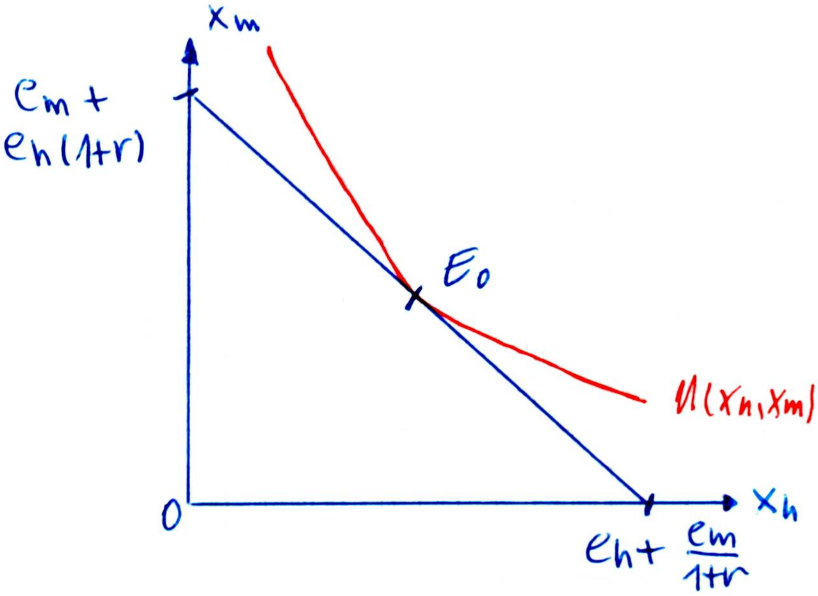


$\boxed{\frac{w}{p_x} \text{ sinkt von } \frac{w}{p_{x1}} \text{ auf } \frac{w}{p_{x2}}}$

$$\frac{\frac{dU}{dx}}{\frac{dU}{df}} = \frac{w}{p_x}$$

$U_x(x,f)>0$
$U_{xx}(x,f)<0$
$U_f(x,f)>0$
$U_{ff}(x,f)<0$

→ Konsum und Sparentscheidung



$$\frac{\frac{dU}{dx_h}}{\frac{dU}{dx_m}} = 1+r$$

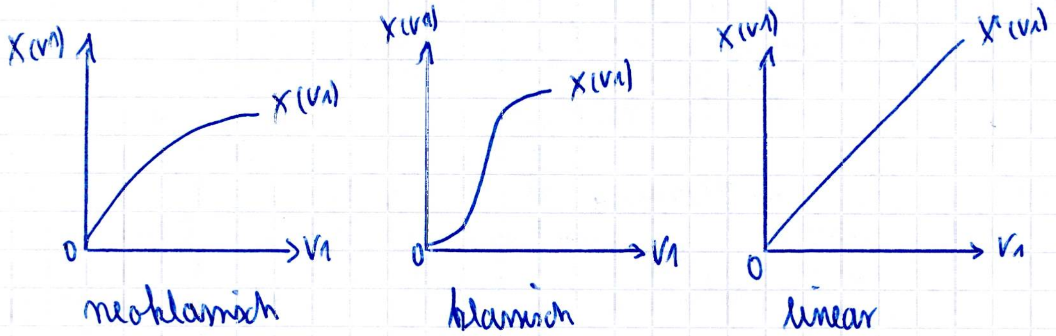
$U(x_h,x_m)$
$U_{x_h}(x_h,x_m)>0$
$U_{x_h x_h}(x_h,x_m)<0$
$U_{x_m}(x_h,x_m)>0$
$U_{x_m x_m}(x_h,x_m)<0$

→ Die Grenzzahlungsbereitschaft für eine zusätzliche Einheit heutigen Konsum in Einheiten des morgigen Konsums ist gleich dem Aufzinsungsfaktor

→ Zeitpräferenz: Auf heutigen Konsum bin ich bereit zu verzichten, wenn ich morgen das 1+r-fache dafür bekomme.

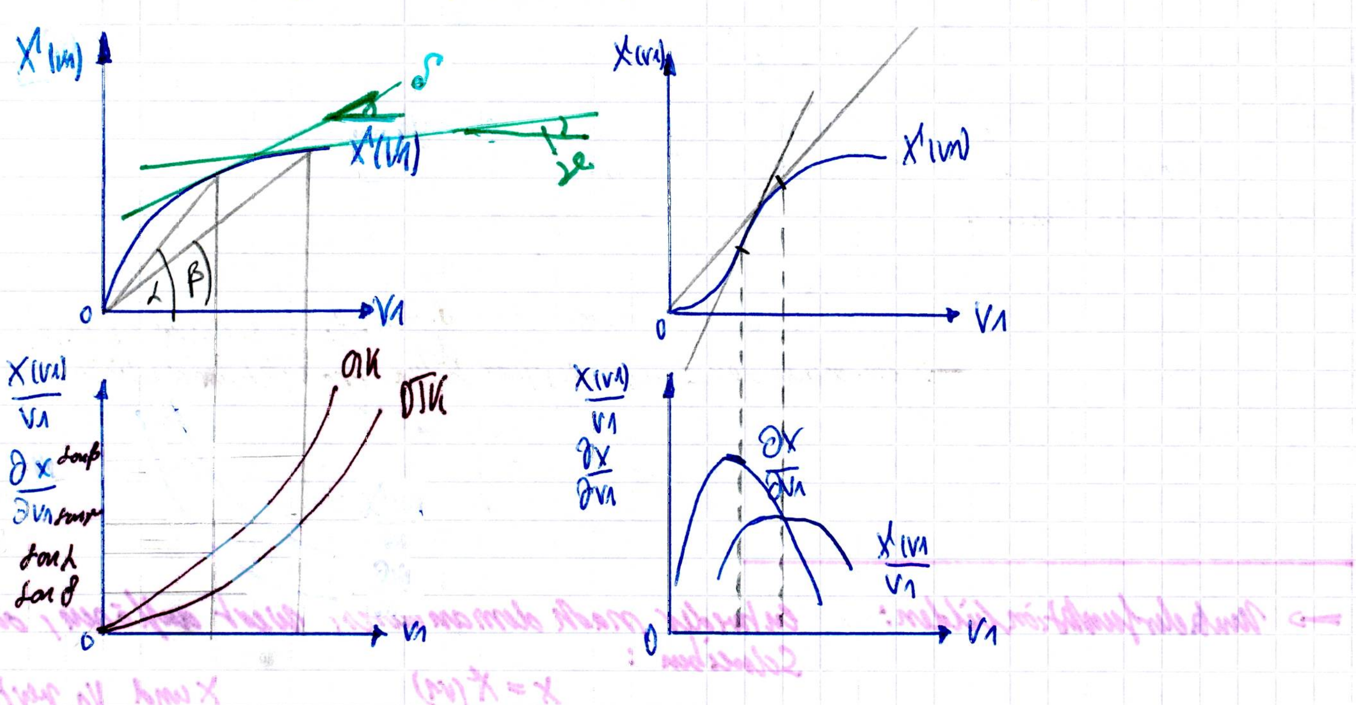
→ Theorie der Unternehmung

Produktionsfunktionen v_1, v_2 $\quad X(v_1, v_2)$



→ unterscheide sich zwischen Kostenfunktion und Produktionsfunktion. Die Kostenfunktion ist das Spiegelbild der Produktionsfunktion. Dementsprechend verlaufen auch die Grenz- und Durchschnittsfunktionen anders!

→ Grenzkosten und Durchschnittskosten bei der Produktionsfunktion



→ Berechnung des Homogenitätsgrades einer Produktionsfunktion

$x = c^{\alpha} l^{\beta} \qquad \alpha, \beta > 0$

→ wie verändert sich der Output, wenn sich der Input verändert

$\lambda^r x = (\lambda c)^{\alpha} (\lambda l)^{\beta}$

$\lambda^r x = \lambda^{\alpha} c^{\alpha} \lambda^{\beta} c^{\beta}$

$\lambda^r x = \lambda^{\alpha+\beta} x$

$r = \alpha + \beta$

→ Partielle Produktionselastizitäten

$$x = c^{\alpha} l^{\beta}$$

$$\frac{\partial x}{\partial c} = \alpha c^{\alpha-1} l^{\beta} \frac{c}{x} \qquad \frac{\partial x}{\partial l} = c^{\alpha} \beta l^{\beta-1} \frac{l}{x}$$

→ wenn man bei einer Indifferenzkurve oder Isoquant die Steigung algebraisch darstellen soll, benötigt man immer das totale Differential

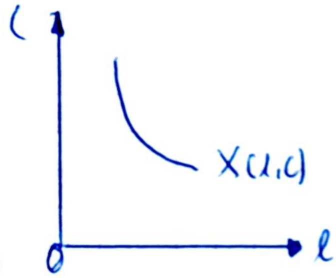
$X(c,l)$

$$x_c(c,l)\,dc + x_l(c,l)\,dl = 0$$

$$x_c(c,l)\,dc = -x_l(c,l)\,dl$$

$$\frac{x_c(c,l)}{x_l(c,l)} = -\frac{dl}{dc}$$

GRTS



→ Homogenität der Produktionsfunktion

→ Wie verändert sich der Output, wenn sich der Input verändert (proportional, überproportional, unterproportional)

→ bei Leontief immer 1

→ Skalenelastizität: – wie verändert sich der Output, wenn sich alle Inputfaktoren verändern $\frac{dx}{d\lambda} \cdot \frac{\lambda}{x} = \varepsilon(x,v_1) + \varepsilon(x,v_2)$

→ ist gleich der Summe der partiellen Produktionselastizitäten.

→ Wicksell Johnson Theorem: – Die Skalenelastizität einer Produktionsfunktion ist gleich der Summe der partiellen Produktionselastizitäten.

→ Umkehrfunktion bilden: entweder nach dem anderen Wert auflösen, oder schreiben:

$$x = X(v_1)$$

$$v_1 = X^{-1}(x)$$

x und v_1 vertauschen und −1 hinschreiben

Aufgaben ①

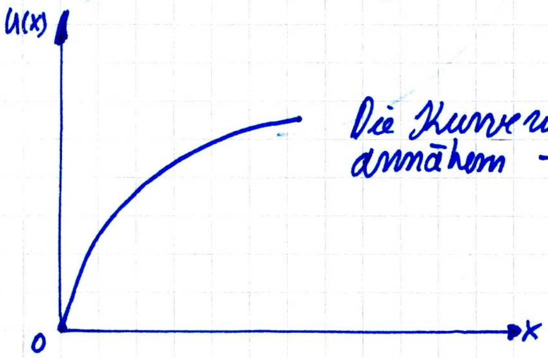
Theorie des Haushalts:

→ Aufgabe 1.1:

a) X = Konsumgut
x = Menge des Konsumguts die wir konsumieren wollen
$u = U(x)$ Nutzenfunktion

Die Nutzenfunktion stellt einen funktionalen Zusammenhang zwischen der konsumierten Menge eines Gutes oder mehrerer Güter und dem zugehörigen Nutzen dar.

Graphische Darstellung der Nutzenfunktion:

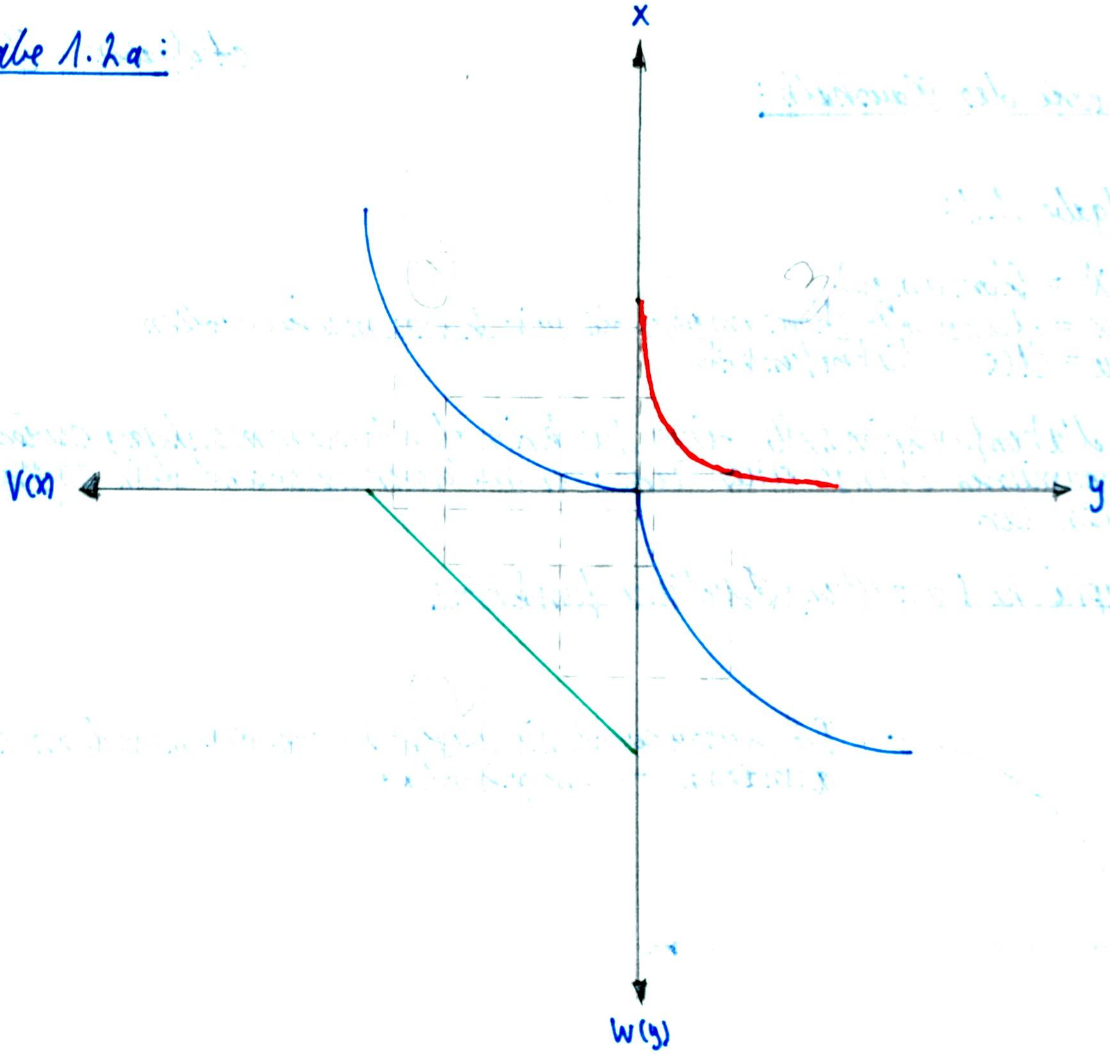


Die Kurve wird nie wagerecht werden, sondern sich nur annähern → streng konkav

b) Eigenschaften der Nutzenfunktion:
c)

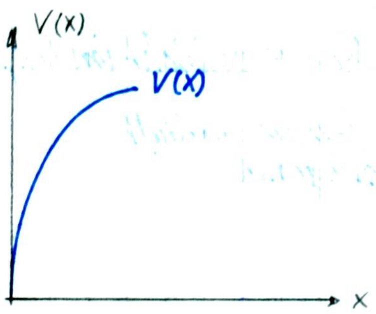
formal	verbal	grafisch
1) $U(0) = 0$		Die Kurve entsteht im Ursprung
2) $U_x(x) > 0$ $\frac{\partial u}{\partial x} > 0$ $U'(x) > 0$	Nichtsättigungsaxiom: Der Nutzen steigt mit zunehmendem Konsum (positiver Grenznutzen) $\frac{\partial u}{\partial x}$ = $\frac{\text{Änderung des Nutzens}}{\text{Änderung der kons. Menge}}$	Die Kurve verläuft ansteigend
3) $U_{xx}(x) < 0$ $\frac{d^2 u}{\partial x^2} < 0$ $U''(x) < 0$	1. Gossensches Gesetz (Gesetz des abnehmenden Grenznutzens) Nutzenzuwachs geht mit steigendem Konsum zurück (Abnehmender Grenznutzen) Allgemein: „positiv abnehmender Grenznutzen"	Die Kurve wird mit steigenden Werten von x flacher

→ Aufgabe 1.2a:



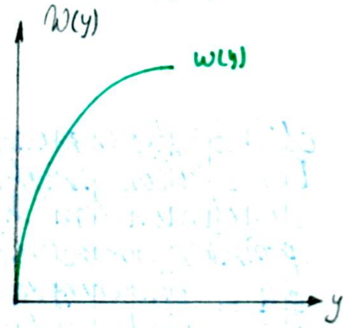
Zur Erläuterung: Nutzen aus zwei verschiedenen Gütern

1)



X = Konsumgut
x = Menge des Guts X
V = V(x)
$V_x(x) > 0$
$V_{xx}(x) < 0$

2)

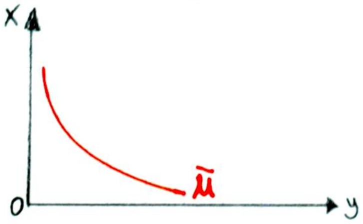


Y = Konsumgut
y = Menge des Guts Y
w = W(y)
$W_y(y) > 0$
$W_{yy}(y) < 0$

3) Addition der Nutzenfunktionen

$u = U(x,y) = V(x) + W(y)$ wobei der Nutzen konstant ist $\bar{U}$ oder $dU = 0$ (wird so festgelegt)

4) Zeichnung der Indifferenzkurve



Die Indifferenzkurve gibt alle Kombinationen von x und y an mit denen man den gleichen Nutzen haben kann.

Vorgehensweise zur graphischen Herleitung der Indifferenzkurve: ②

1) Einzeichnen der partiellen Nutzenfunktion $v(x)$ und $w(y)$ mit den angegebenen Eigenschaften in den NW- bzw. SO-Quadranten.

2) Zeichnen einer Gerade für den konstanten Nutzen $\bar{u}$ in den SW-Quadranten, wobei $\bar{u} = v(x) + w(y) \Longleftrightarrow v(x) = \bar{u} - w(y)$ gilt.
Bestimmung der Achsenabschnitte, indem $v(x) = 0$ gesetzt wird.
Die Achsenabschnitte müssen eine identische Entfernung vom Ursprung haben.

3) Zeichnen einer Indifferenzkurve in den NO-Quadranten durch punktweise Übertragung aller Punkte der Geraden. Die Indifferenzkurve gibt alle Kombinationen von x und y an, mit denen sich der Nutzen $\bar{u}$ realisieren lässt.

Wichtig: Indifferenzkurven schneiden niemals die Achsen.

→ Die Indifferenzkurve eines Nutzenniveaus $\bar{u}$ gibt die Mengen x an, die der Konsument bei einer gegebenen Menge y konsumieren kann.

→ algebraische Ermittlung der Steigung (Krümmung kommt nicht dran)

$dU = 0$

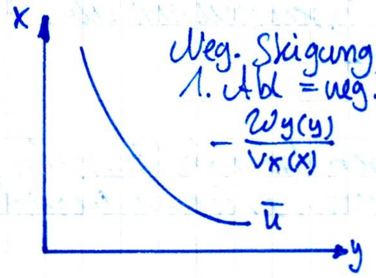
$u = U(x, y)$ → Nutzenfunktion

$dU = U_x(x)\,dx + U_y(y)\,dy$ → Totale Differential

tot. Diff:

$dU = V_x(x)\,dx + W_y(y)\,dy = 0$

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{W_y(y)}{V_x(x)}$$



Neg. Steigung bedeutet 1. Abl = neg.

$-\frac{W_y(y)}{V_x(x)}$

Die Steigung der Indifferenzkurve entspricht immer dem negativen, umgekehrten Verhältnis der Grenznutzen der beiden Güter.

→ Aufgabe 1.2b:

Bei einer Nutzenfunktion $u = U(x, y)$ lautet die Steigung der Indifferenzkurve $\frac{dx}{dy} = -\frac{U_y(y)}{U_x(x)} = -\frac{\frac{du}{dy}}{\frac{du}{dx}}$

Der Ausdruck $\frac{U_y(y)}{U_x(x)} = \frac{\frac{du}{dy}}{\frac{du}{dx}}$ heißt auch GRS von Gut x durch Gut y

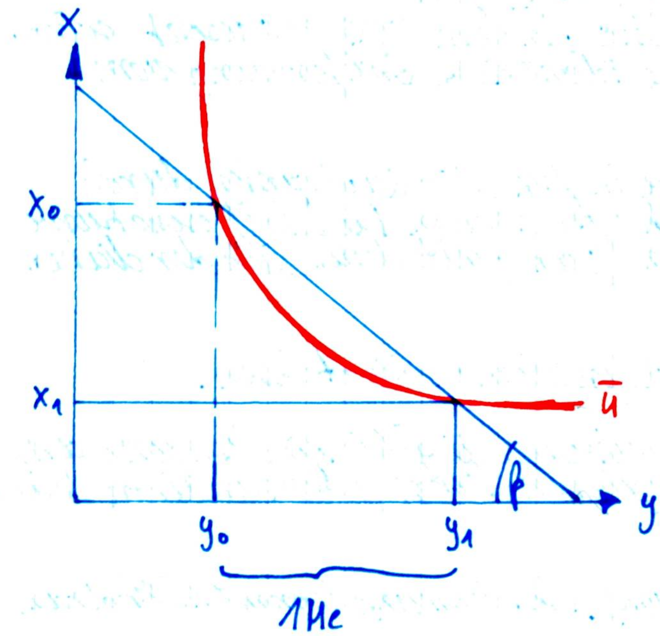
oder Grenzzahlungsbereitschaft für Gut y in Einheiten von Gut x

Interpretation: Die GRS von Gut x durch Gut y gibt an, wie viele Einheiten von Gut x der Konsument bereit ist, gegen eine zusätzliche Einheit von Gut y einzutauschen, wenn der Nutzen konstant bleiben soll.

Die GRS ist immer abnehmend. Man spricht auch vom Gesetz der abnehmenden GRS

Beispiel: X = Pizza   x = Stück Pizza   GRS = 3 = $\frac{3}{1}$ 3 Stücke Pizza für
y = Bier   y = Flasche Bier   1 Flasche Bier

Grafische Darstellung der Grenzrate der Substitution:



Wir nehmen an, daß der Haushalt den Verbrauch des Gutes y von y_0 auf y_1 erhöhen will. Dann geht der Konsum des Gutes x von x_0 auf x_1 zurück

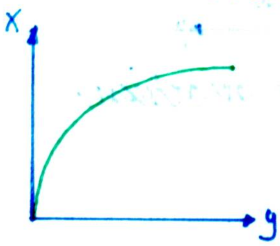
$$\tan \beta = \frac{x_0 - x_1}{y_1 - y_0} = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

Zur Erklärung:

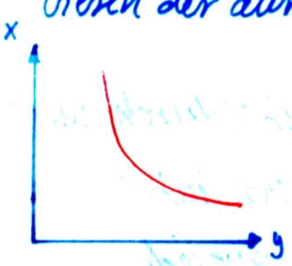
Δ bei größeren Mengen
∂ bei infinitesimal kleinen Mengen

Aufgabe 1.2c Gesetz der abnehmenden Grenzrate der Substitution und abnehmender Grenznutzen:
Mit steigendem Verbrauch des Gutes i nimmt der jeweilige Nutzenzuwachs oder Grenznutzen ab. Für die 2. direkte Ableitung gilt:
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} < 0$$

Das Gesetz des abnehmenden Grenznutzens wird auch als 1. Gossensches Gesetz bezeichnet.



Zu unterscheiden ist das Gesetz des abnehmenden Grenznutzens vom Gesetz der abnehmenden Grenzrate der Substitution:



hier sind die Indifferenzkurven konvex gekrümmt, deshalb ist auch die 2. Ableitung negativ $\frac{d^2x_1}{dx_2^2} > 0$

In der Steigung der Indifferenzkurve (in einem bestimmten Punkt) kommt das Mengenverhältnis zum Ausdruck, in dem sich (in diesem Punkt) das eine Gut durch das andere substituieren läßt, ohne daß der Nutzen sich ändert.

Die Abnehmende Grenzrate der Substitution besagt also, daß bei zunehmendem Konsum von x_2 eine Einheit von x_2 nur zur Substitution von immer weniger x_1 geeignet ist

→ Die Steigung einer Indifferenzkurve (und damit die GRS) erhalten wir mit Hilfe ihres totalen Differentials:

$dU = V_x(x)\,dx + W_y(y)\,dy$

→ Entlang der Indifferenzkurve gilt

$du = V_x(x)\,dx + W_y(y)\,dy = 0$

oder

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{W_y(y)}{V_x(x)}$$

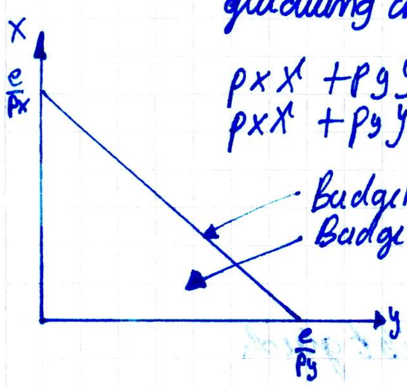
Da beide Grenznutzen des tot. Differentials positiv sind, ist die rechte Seite (nach der Umstellung) negativ.
D.h. eine Erhöhung der Menge eines Gutes erfordert, damit die Bewegung auf einer Indifferenzkurve erfolgt, eine bestimmte Verminderung der Menge des anderen Gutes.

$$\frac{dx}{dy} = \left|\frac{W_y(y)}{V_x(x)}\right|$$

besagt, daß die Grenzrate der Substitution von Gut 1 durch Gut 2 dem umgekehrten Verhältnis der Grenznutzen gleich ist.

<u>Aufgabe 1.3a:</u>

Anmerkung: Man muß zwischen der Budgetrestriktion und der Budgetgleichung unterscheiden.



$p_x x + p_y y \leq e$ Budgetrestriktion (Ungleichung)
$p_x x + p_y y = e$ Budgetgleichung

Budgetgerade (es gilt die Budgetgleichung)
Budgetraum (es gilt die Budgetrestriktion)

Bestimmung der Achsenabschnitte:

$x=0: \quad e = p_x 0 + p_y y = p_y y \iff y = \frac{e}{p_y}$
$x=0: \quad e = p_y 0 + p_x x = p_x x \iff x = \frac{e}{p_x}$

→ Der Budgetraum gibt alle möglichen Kombinationen von x und y an. Es bleibt zusätzlich eine Ersparnis übrig.

→ Alle Punkte auf der Budgetgeraden: Ich verkonsumiere mein komplettes Einkommen, es bleibt keine Ersparnis übrig.

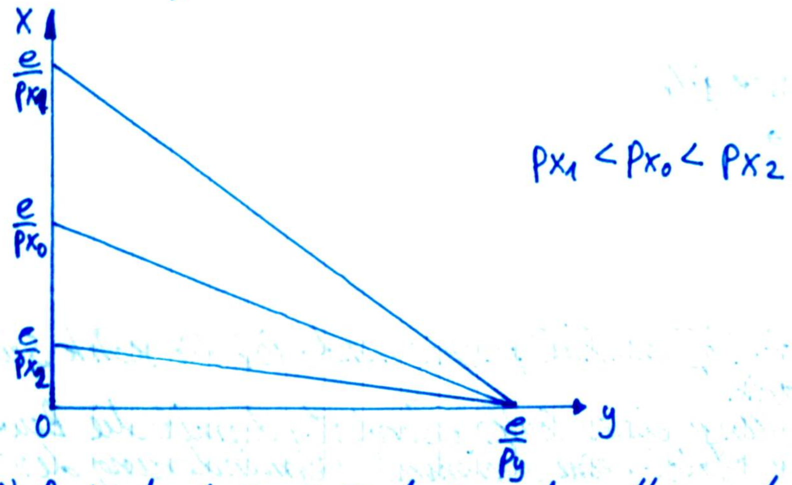
<u>Aufgabe 1.3b:</u>

$e = p_x x + p_y y \iff p_x x = e - p_y y \iff x = \frac{e}{p_x} - \frac{p_y}{p_x}\cdot y$

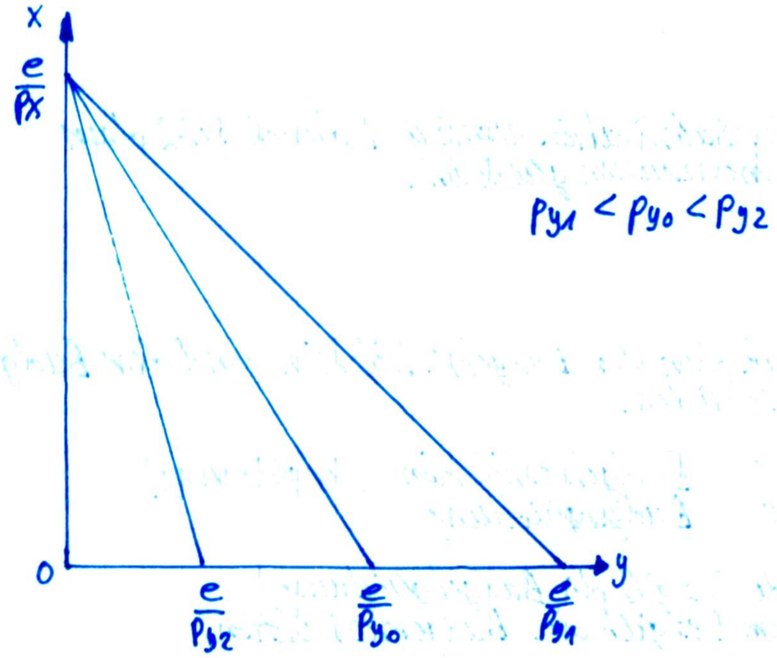
Jetzt ist x eine Funktion von y. Die Steigung lautet dann: $\frac{dx}{dy} = -\frac{p_y}{p_x} < 0$

Die Steigung entspricht dem negativen umgekehrten Preisverhältnis.

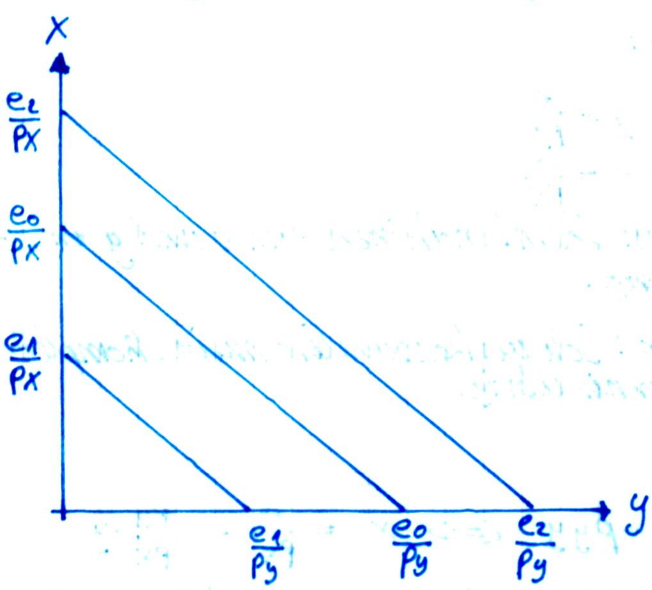
1) Preis des Gutes X verändert sich, Einkommen e und Preis des Gutes y bleiben gleich



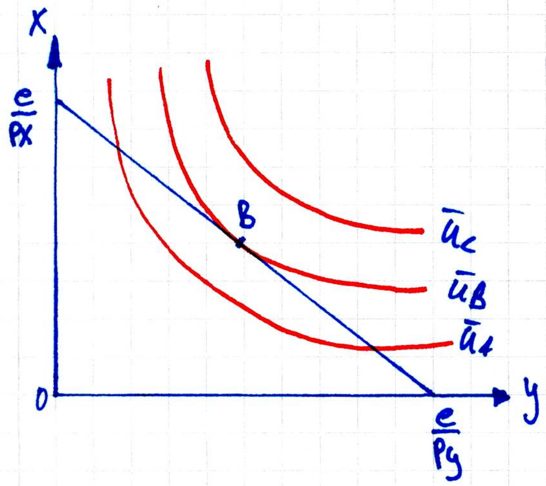
2) Preis des Gutes y ändert sich, alles andere bleibt konstant.



3) Änderung des Einkommens, alles andere bleibt gleich



Aufgabe 1.4:



Der nutzenmaximale Kaufplan befindet sich in B als Tangentialpunkt der Budgetgeraden mit der höchstmöglichen Indifferenzkurve.
$\bar{u}_A$ ist nicht die höchstmögliche Indifferenzkurve, während $\bar{u}_C$ mit dem gegebenen Budget nicht erreicht werden kann.

→ Eigenschaften des Tangentialpunktes:

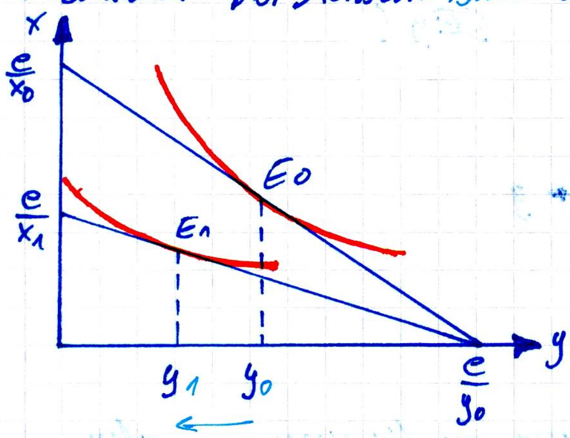
Steigung der Indifferenzkurve = Steigung Budgetgerade

$$-\frac{\frac{dU}{dx}}{\frac{dU}{dy}} \overset{!}{=} -\frac{p_y}{p_x} \iff \frac{\frac{dU}{dx}}{\frac{dU}{dy}} = \frac{p_y}{p_x}$$

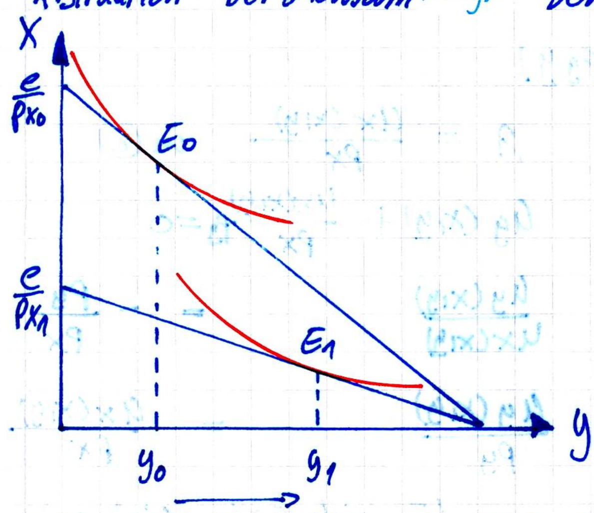
Aufgabe 1.4b:

Die Nachfrage des Konsumenten nach Gut y kann sinken, steigen oder konstant bleiben.

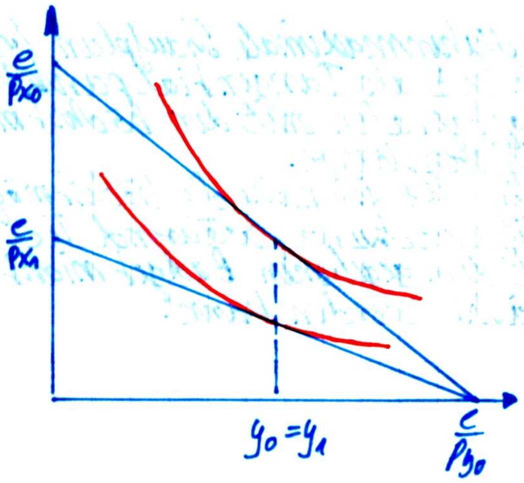
1. Situation: Der Konsum sinkt von y_0 auf y_1



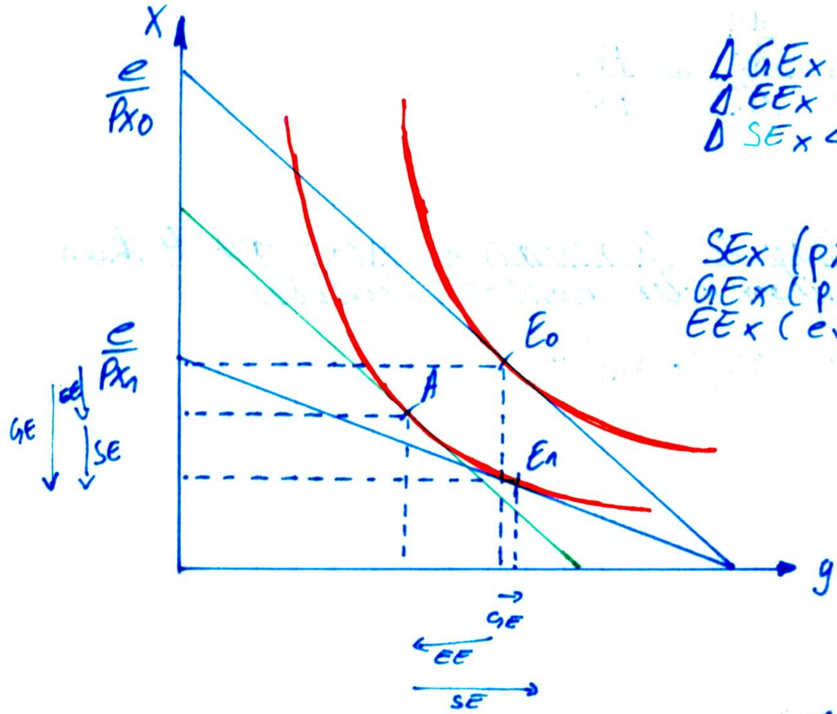
2. Situation: Der Konsum steigt von y_0 auf y_1



3. Situation: Der Konsum bleibt gleich



Aufgabe 1.4 c:



$\Delta GE_x < 0$ $\Delta GE_y > 0$
$\Delta EE_x < 0$ $\Delta EE_y < 0$
$\Delta SE_x < 0$ $\Delta SE_y > 0$

SE_x ($p\uparrow$ $x\downarrow$) neg
GE_x ($p\uparrow$ $x\downarrow$) neg
EE_x ($e\downarrow$ $x\downarrow$) pos

Aufgabe 1.5 a: Algebraische Bestimmung des nutzenmaximalen Kaufplans mit Hilfe der Lagrange-Funktion

$$L(x,y,\lambda) = U(x,y) + \lambda(e - p_x x - p_y y)$$

① $L_x(x,y,\lambda) = U_x(x,y) - \lambda p_x = 0$

② $L_y(x,y,\lambda) = U_y(x,y) - \lambda p_y = 0$

③ $L_\lambda(x,y,\lambda) = e - p_x x - p_y y = 0$

$\lambda = \frac{U_x(x,y)}{p_x}$ in ②

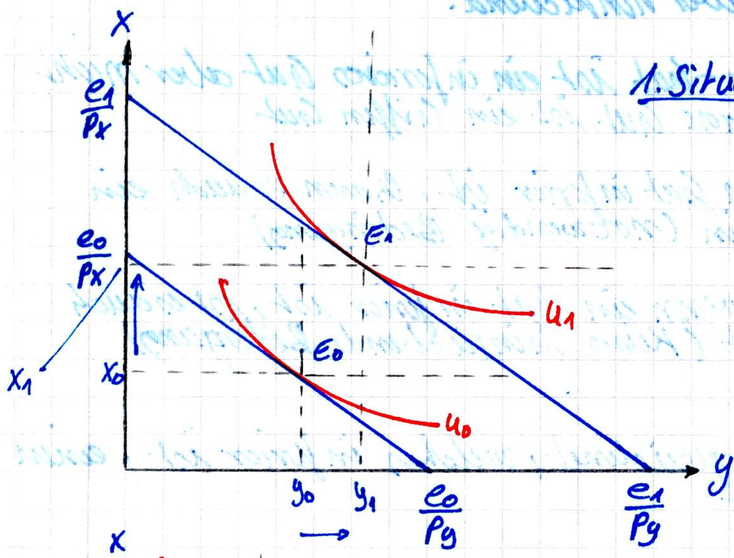
$U_y(x,y) - \frac{U_x(x,y)}{p_x} p_y = 0$

$\frac{U_y(x,y)}{U_x(x,y)} = \frac{p_y}{p_x}$

$\frac{U_y(x,y)}{p_y} = \frac{U_x(x,y)}{p_x}$

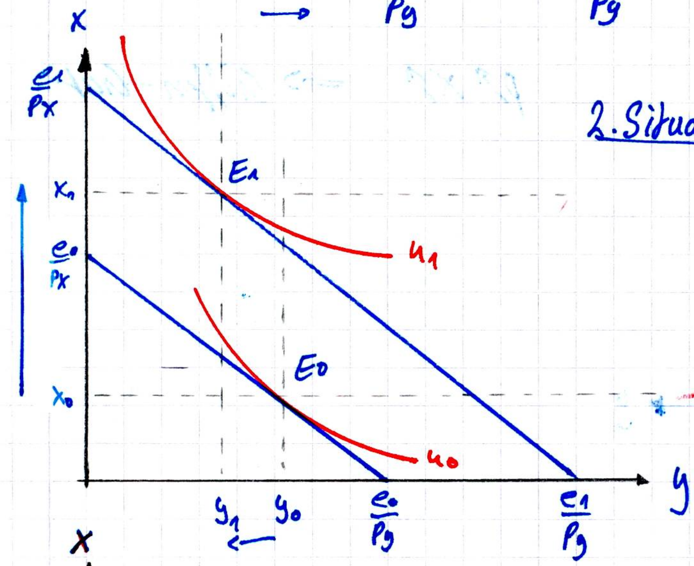
Die letzte Geldeinheit für Gut x stiftet den gleichen Nutzen wie die letzte Geldeinheit für Gut y.
Der Nutzen für den letzten ausgegebenen Euro muss für beide Güter gleich sein.

Aufgabe 1.5a:

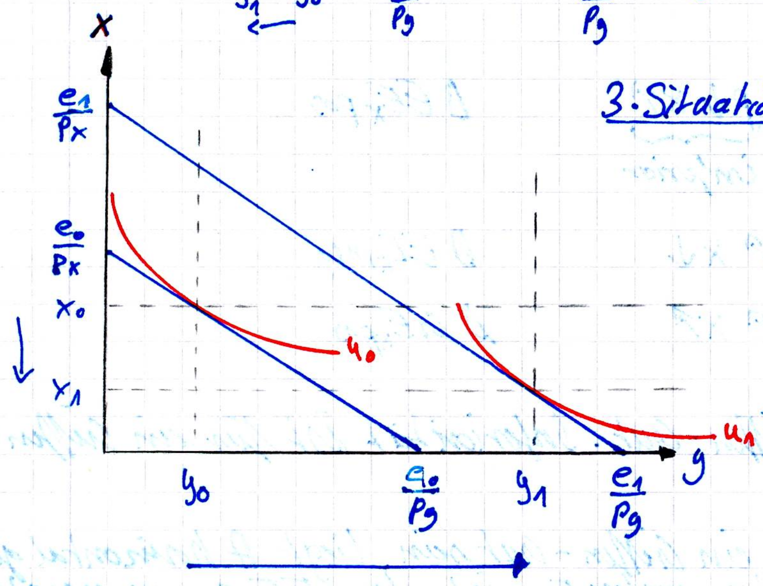


<u>1. Situation:</u> Der Konsum beider Güter steigt an

beide Güter sind superior



<u>2. Situation:</u> Konsum von x ↑ superior
Konsum von y ↓ inferior



<u>3. Situation:</u> Konsum von x ↓ inferior
Konsum von y ↑ superior

Daß beide Güter inferior sind, kann man nicht darstellen.

<u>2. Teil:</u> Luxusgüter, Güter die über die Grundbedürfnisse hinausgehend steigen im Verbrauch mit wachsendem Einkommen.

Güter, die bei steigendem Einkommen im Konsum zurückgehen nennt man inferiore Güter. Hier ist der EE immer negativ.
→ Steigt das Einkommen, so sinkt die konsumierte Menge eines inferioren Guts. $\frac{\partial x}{\partial e} < 0$

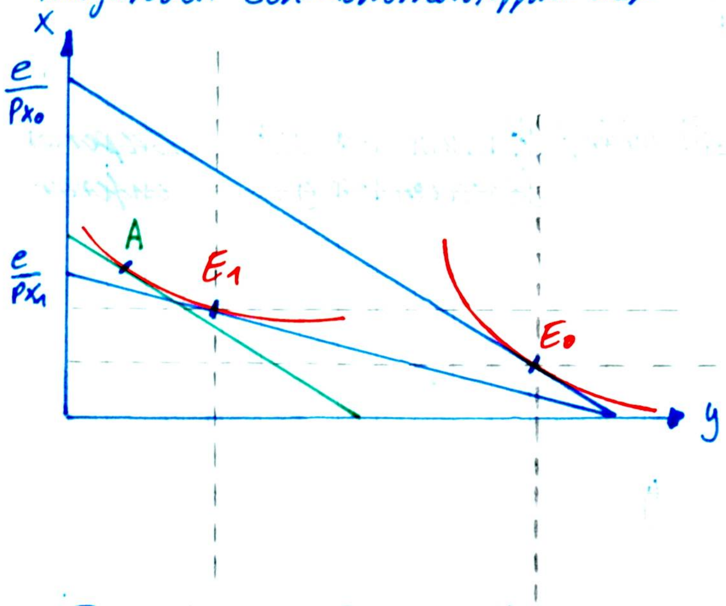
Aufgabe 1.5c: ein negativer Einkommenseffekt ist für ein Giffen Gut notwendig, nicht aber hinreichend.

oder: Jedes Giffen-Gut ist ein inferiores Gut aber nicht jedes inferior Gut ist ein Giffen Gut

→ Nur wenn ein Gut inferior ist, kann es auch ein Giffen-Gut sein (notwendige Bedingung)

→ Nicht immer wenn ein Gut inferior ist, ist es auch ein Giffen-Gut (keine hinreichende Bedingung)

Hier wird jetzt ein Giffen Gut gezeichnet, welches inferior ist, einen negativen Einkommenseffekt hat



$p\nearrow\ x\nearrow \Rightarrow$ Giffen-Gut

1) EE_x neg (von E_0 nach A) $\underbrace{e\downarrow\ x\nearrow}_{\text{inferior}}$ ΔEE_x pos

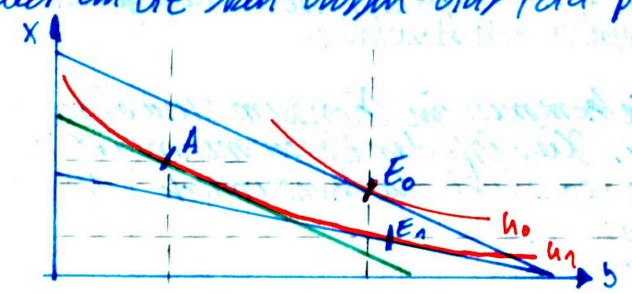
2) SE_x neg (von A nach E_1) $p\nearrow\ x\downarrow$ ΔSE_x neg

3) GE_x pos (von E_0 nach E_1) $p\nearrow\ x\nearrow$ ΔGE_x pos

hier ist das inferiore Gut ein Giffen-Gut. Inferiorität ist für ein Giffen-Gut notwendig.

Nicht jedes inferiore Gut muss auch ein Giffen-Gut sein. Liegt A horizontal gesehen über E_0 und E_1 horizontal gesehen unter E_0 ist der EE zwar negativ und inferior, da $\underbrace{e\downarrow\ x\nearrow}_{\text{inferior}}$, es handelt sich dann aber nicht um ein Giffen-Gut,

da der Gesamteffekt negativ ist, weil $p\nearrow$ und $x\downarrow$.
Da E_0 horizontal gesehen zwischen A und E_1 liegt, ist der EE inferior, da $e\downarrow$ und $x\nearrow$ aber im GE kein Giffen-Gut, da $p\nearrow$ und $x\downarrow$!



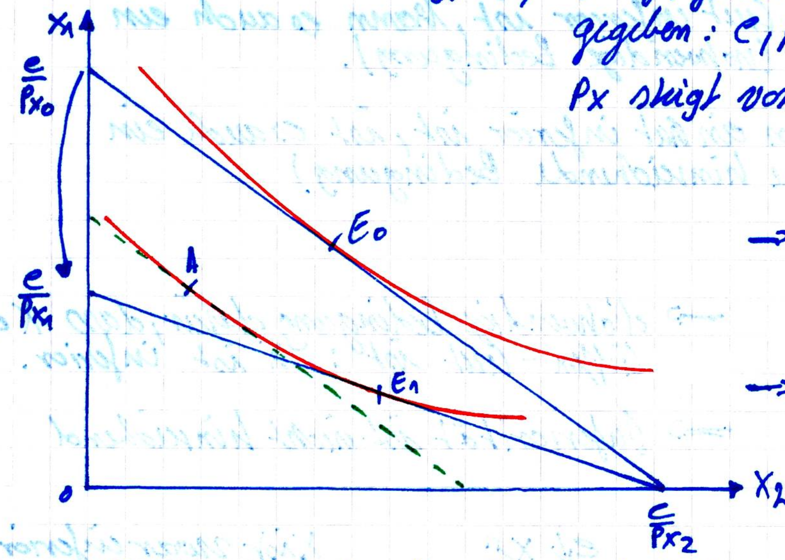
von E_0 nach A = EE neg $\underbrace{e\downarrow\ x\nearrow}_{\text{inferior}}$

von A nach E_1 = SE_{neg} $p\nearrow x\downarrow$

von E_0 nach E_1 = GE_{neg} $p\nearrow x\downarrow$ → kein Giffen Gut

Aufgabe 1.6

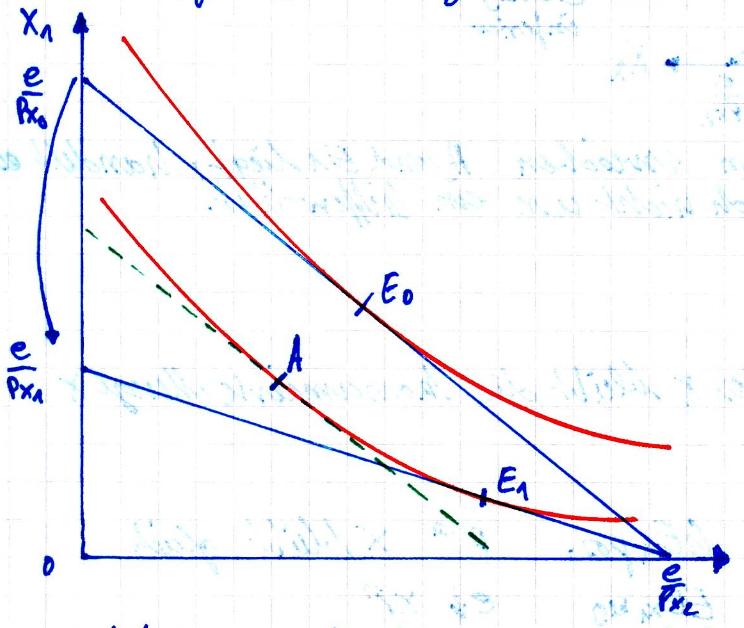
Nahen $u = U(x, y)$, Budgetgeraden $p_x x + p_y y = e$
gegeben: e, p_x, p_y
p_x steigt von p_{x_0} auf p_{x_1}



→ Die Indifferenzkurven haben eine negative Steigung und sind streng konvex

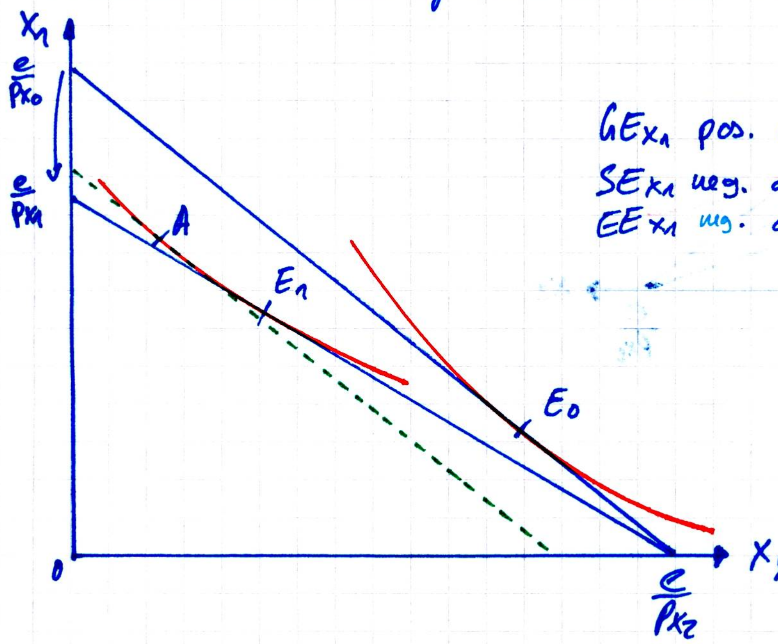
→ Grafische Ermittlung, wie der Konsument bestmöglich durch Veränderung seiner Kaufmengen reagiert.

1) Verringerung der Menge x nach Preiserhöhung des Gutes X:



SE_{x_1} neg. da $p\uparrow$ $x_1\downarrow$
EE_{x_1} pos. da $e\downarrow$ $x_1\downarrow$
GE_{x_1} neg. da $p\uparrow$ $x_1\downarrow$

2) Mehrkonsum der Menge x nach Preiserhöhung des Gutes x (Giffen-Gut):

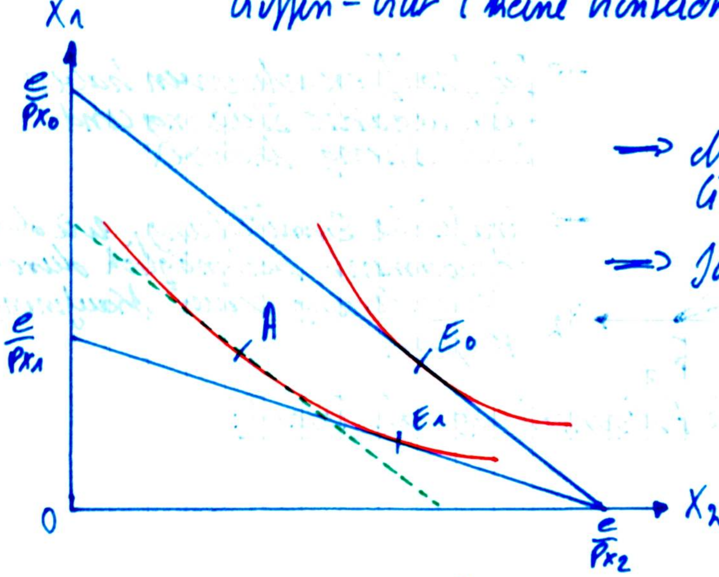


GE_{x_1} pos. da $p_x\uparrow$ $x_1\uparrow$
SE_{x_1} neg. da $p_x\uparrow$ $x_1\downarrow$
EE_{x_1} neg. da $e\downarrow$ $x_1\uparrow$

Exkurs: Jedes Giffen-Gut ist ein inferiores Gut aber nicht jedes inferiore Gut ist ein Giffen-Gut.

→ Nur wenn ein Gut inferior ist, kann es auch ein Giffen-Gut sein (notwendige Bedingung).

→ Nicht immer wenn ein Gut inferior ist, ist es auch ein Giffen-Gut (keine hinreichende Bedingung)



→ Notwendige Bedingung dafür, dass X ein Giffen-Gut ist: X ist inferior.

→ Inferiorität ist nicht hinreichend

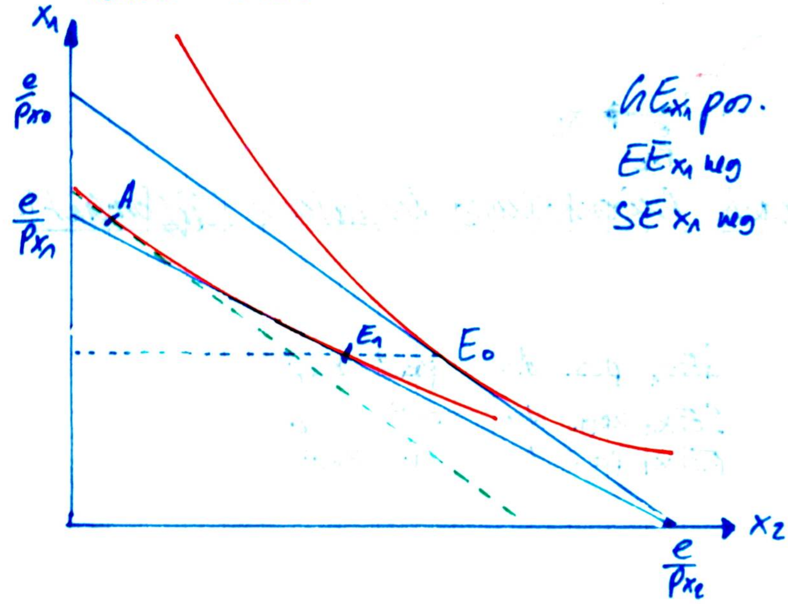
$\underbrace{e\downarrow\ x\uparrow}$
EE neg
inferior

X ist zwar inferior, aber kein Giffen Gut, da $p_x\uparrow$ und $x\downarrow$

Wenn E_0 horizontal gesehen zwischen A und E_1 liegt, handelt es sich um ein inferiores Gut, jedoch nicht um ein Giffen-Gut.

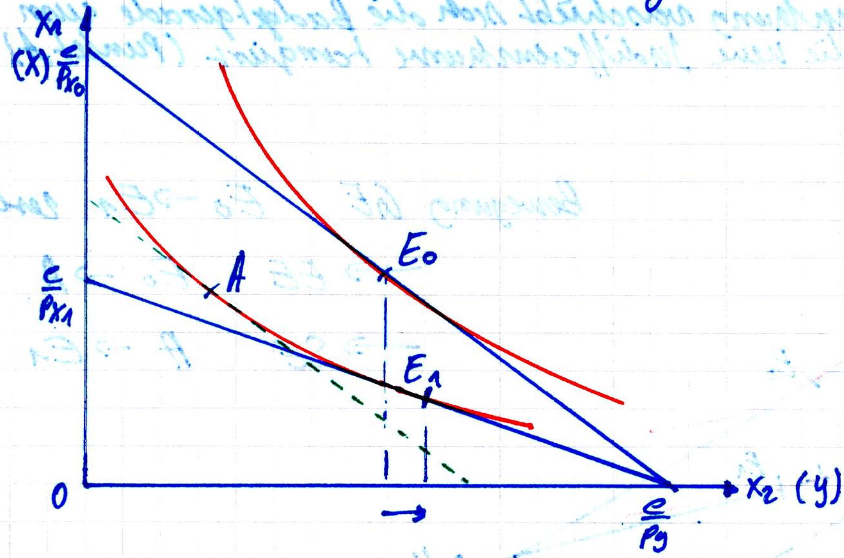
Ende Exkurs

3) Nach Preiserhöhung des Guts x bleibt die konsumierte Menge x unverändert

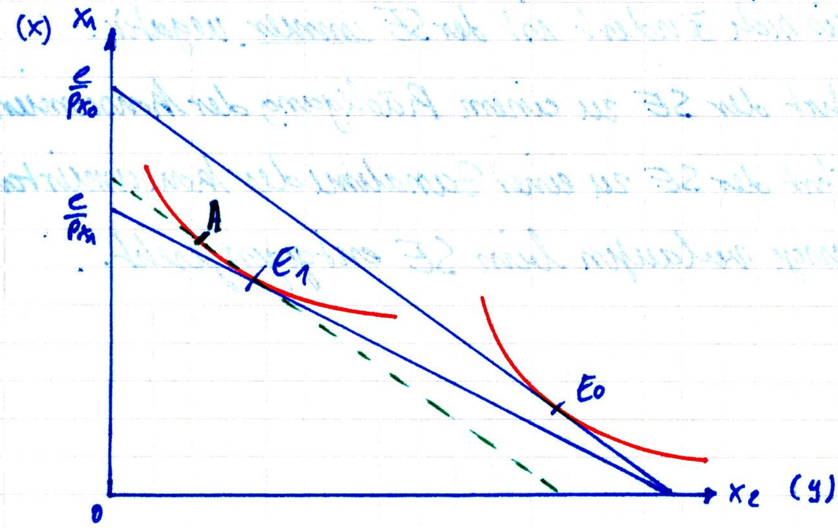


GE_{x_1} pos.	$p\uparrow$ x bleibt gleich
EE_{x_1} neg	$e\downarrow$ $x\uparrow$
SE_{x_1} neg	$p\uparrow$ $x\downarrow$

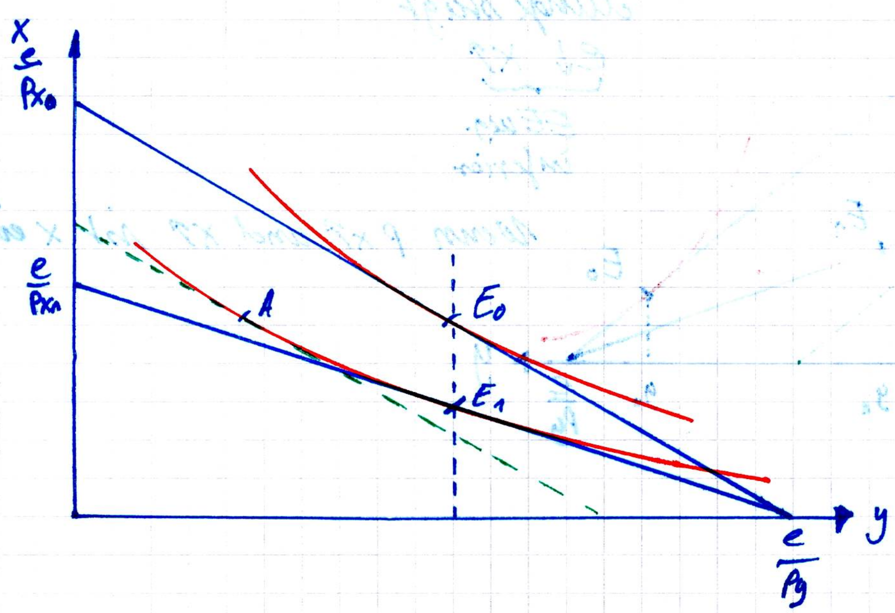
4) Nach Preiserhöhung des Gutes x steigt der Konsum des Gutes y obwohl der Preis für das Gut y konstant bleibt.



5) Nach Preiserhöhung des Gutes x sinkt der Konsum des Gutes y obwohl der Preis für das Gut y konstant bleibt.

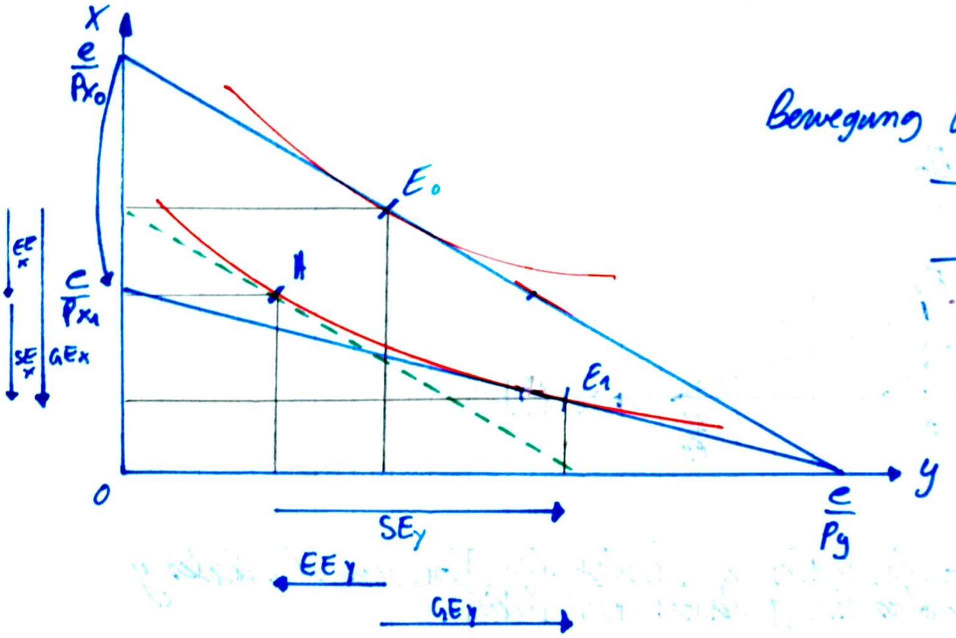


6) Nach Preiserhöhung des Gutes x bleibt der Konsum des Gutes y konst. obwohl der Preis für das Gut y konstant bleibt.



Aufgabe 1.6 b:

bei einer Einkommenssenkung verschiebt sich die Budgetgerade zum Ursprung hin, bis sie die neue Indifferenzkurve tangiert (Punkt A)



Bewegung GE E0 → E1 zerlegt in:

→ EE E0 → A

→ SE A → E1

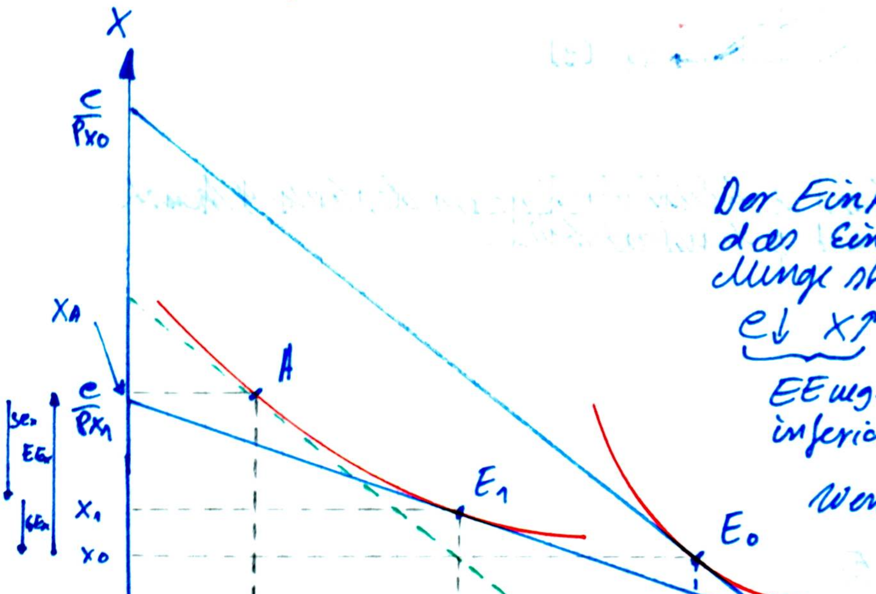
→ Für das Gut, dessen Preis sich ändert ist der SE immer negativ.

→ Bei der Preiserhöhung führt der SE zu einem Rückgang der konsumierten Menge

→ Bei einer Preissenkung führt der SE zu einer Zunahme der konsumierten Menge.

→ Allgemein: Preis u. Menge verlaufen beim SE entgegengesetzt.

Fall des Giffen-Guts:



Der Einkommenseffekt ist negativ, da das Einkommen sinkt, und die Menge steigt

$\underbrace{e\downarrow \ x\uparrow}_{\text{EE neg.}}$

inferior

Wenn $p_x\uparrow$ und $x\uparrow$ ist x ein Giffen-Gut.

Aufgabe 1.7a:

Nutzenfunktion $u = U(x,y)$
Budgetgeraden $c = p_x x + p_y y$ (c, p_x, p_y sind gegeben)

$U(x,y) = x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{3}{4}} \iff 8 = x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{3}{4}}$

$\bar{u} = 8$
$p_x = 2$
$p_y = 6$

$8 = -x$

$\boxed{\begin{aligned} x &= -8 \\ y &= -8 \end{aligned}}$

$c = 2x + 6y$ → bei einer Minimierungsaufgabe setzt man die Nutzenfunktion als Nebenbedingung.

$L(x,y,\lambda) = 2x + 6y + \lambda (x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{3}{4}})$

1. Weg:

① $L_x(x,y,\lambda) = 2 + \lambda \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}} y^{\frac{3}{4}} = 0$
② $L_y(x,y,\lambda) = 6 + \lambda x^{\frac{1}{4}} \frac{3}{4} y^{-\frac{1}{4}} = 0$
③ $L_\lambda(x,y,\lambda) = x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{3}{4}} = 0$

$$-\frac{2}{6} = \frac{\frac{1}{4}\,\frac{y^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{3}{4}}}}{\frac{3}{4}\,\frac{x^{\frac{1}{4}}}{y^{\frac{1}{4}}}}$$

$$-\frac{2}{6} = \frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{y^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{3}{4}}}\cdot\frac{y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{4}}}$$

$$-\frac{2}{6} = \frac{1}{3}\,\frac{x}{y}$$

$\boxed{-x = y}$ → in die Budgetrestriktion einsetzen

2. Weg durch Einsetzen:

$$\lambda = \frac{6}{\frac{3}{4}\,\frac{x^{\frac{1}{4}}}{y^{\frac{1}{4}}}}$$

$$\lambda = \frac{8}{\frac{x^{\frac{1}{4}}}{y^{\frac{1}{4}}}} \quad \text{in ①}$$

$$2 + 8\,\frac{y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{4}}}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{y^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{3}{4}}} = 0$$

$$2 + 2\,\frac{y}{x} = 0$$

$\boxed{-x = y}$ → in die Budgetrestriktion einsetzen.

Aufgabe 1.7b:

$U(x,y) = x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{3}{4}}$ → bei einer Maximierungsaufgabe wird die Budgetrestriktion als Nebenbedingung gesetzt.

$p_x = 2$

$p_y = 6$

$c = 64$

$$L(x,y,\lambda) = x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{3}{4}} + \lambda(64-2x-6y)$$

$$\left.\begin{aligned} ①\ & L_x(x,y,\lambda) = \tfrac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}} - \lambda\cdot 2 = 0 \\ ②\ & L_y(x,y,\lambda) = x^{\frac{1}{4}}\tfrac{3}{4}y^{-\frac{1}{4}} - \lambda\cdot 6 = 0 \end{aligned}\right\} ④$$

$$③\ L_\lambda(x,y,\lambda) = 64-2x-6y = 0$$

$$②\ x^{\frac{1}{4}}\tfrac{3}{4}y^{-\frac{1}{4}} = 6\lambda$$

$$①\ \tfrac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}} = 2\lambda \iff \lambda = \tfrac{1}{8}x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}} = \tfrac{1}{8}\frac{y^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{3}{4}}} \text{ in } ②$$

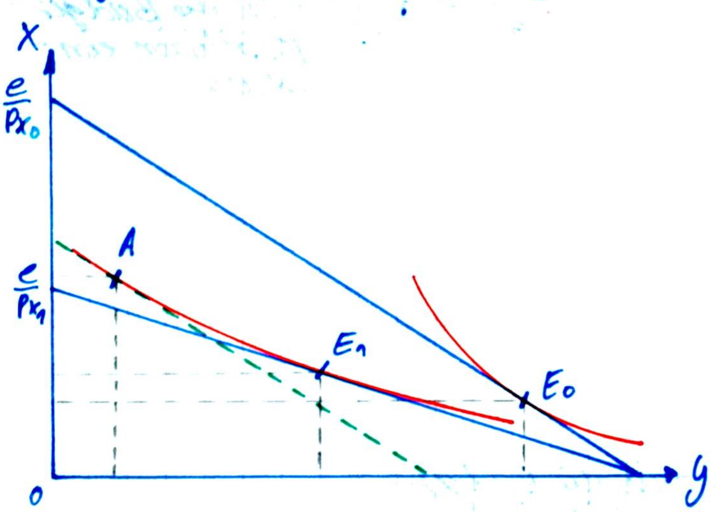
$$x^{\frac{1}{4}}\tfrac{3}{4}y^{-\frac{1}{4}} = 6\cdot\tfrac{1}{8}\frac{y^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{3}{4}}}$$

$\boxed{x = y}$ → in die Budgetrestriktion einsetzen:

$$64-2y-6y = 0$$

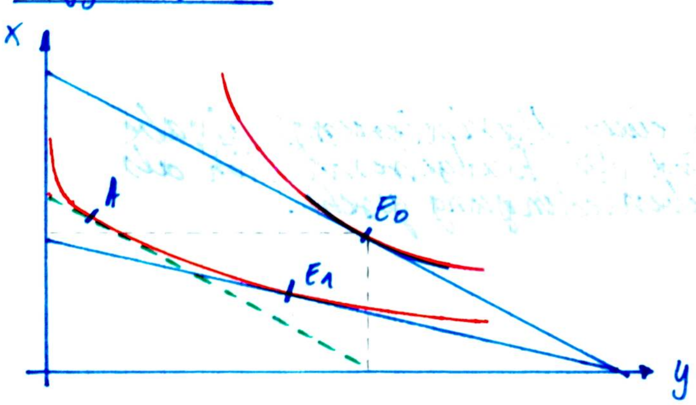
$$\boxed{\begin{aligned} y &= 8 \\ x &= 8 \end{aligned}}$$

Aufgabe 1.8 a: Darstellung eines Giffen-Guts



GE_x pos: $p\nearrow$ $x\nearrow$ $E_0 \to E_1$
SE_x neg: $p\nearrow$ $x\downarrow$ $A \to E_1$
EE_x neg $e\downarrow$ $x\nearrow$ $E_0 \to A$

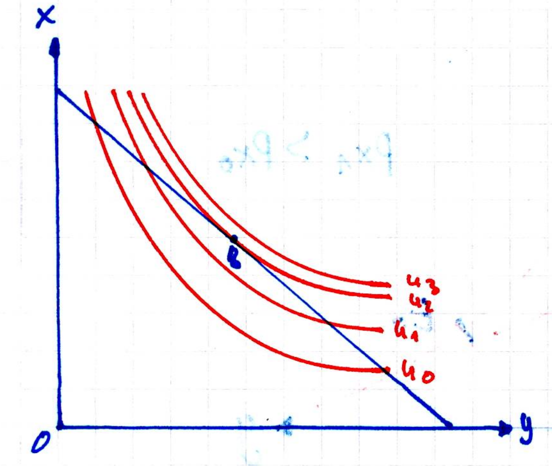
Aufgabenteil b:



GE_x neg: $p\nearrow$ $x\downarrow$ $E_0 \to E_1$
SE_x neg: $p\nearrow$ $x\downarrow$ $A \to E_1$
EE_x neg $e\downarrow$ $x\nearrow$ $E_0 \to A$

Diese Situation beschreibt zwar ein inferiores Gut, da $e\downarrow x\nearrow$ und EE neg. ist, aber der GE ist ebenfalls neg., das bedeutet es ist kein Giffen-Gut.

Aufgabe 1.9a:



Der Nutzenmaximale Kaufplan befindet sich in B als Tangentialpunkt der Budgetgeraden mit der höchstmögl. Indifferenzkurve.

U_0 und U_1 ist nicht die höchstmögliche Indifferenzkurve, während U_3 nicht erreicht werden kann.

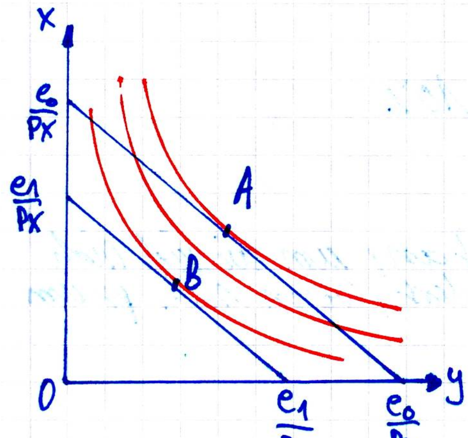
Eigenschaften des Tangentialpunktes:

Steigung der Indifferenzkurve = Steigung Budgetgerade

$$-\frac{\frac{dU}{dx}}{\frac{dU}{dy}} = -\frac{p_y}{p_x}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{\frac{dU}{dx}}{\frac{dU}{dy}} = \frac{p_y}{p_x}$$

Aufgabe 1.9b:



Aufgrund des Einkommensrückgangs kann der Konsum zurückgehen, gleichbleiben oder zunehmen.

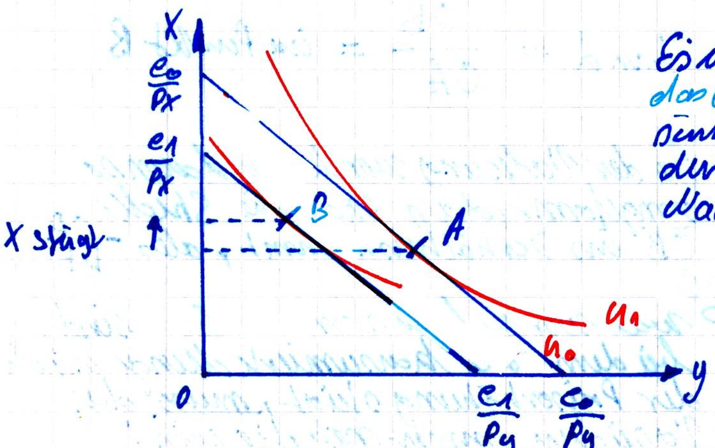
Wenn $e\downarrow$ $x\downarrow$ $\Rightarrow$ Superior

$$\eta_{xe} = \frac{e\,\frac{dx}{de}}{x} = \text{positiv}$$

wenn $e\downarrow$ $x\nearrow$ $\Rightarrow$ inferior

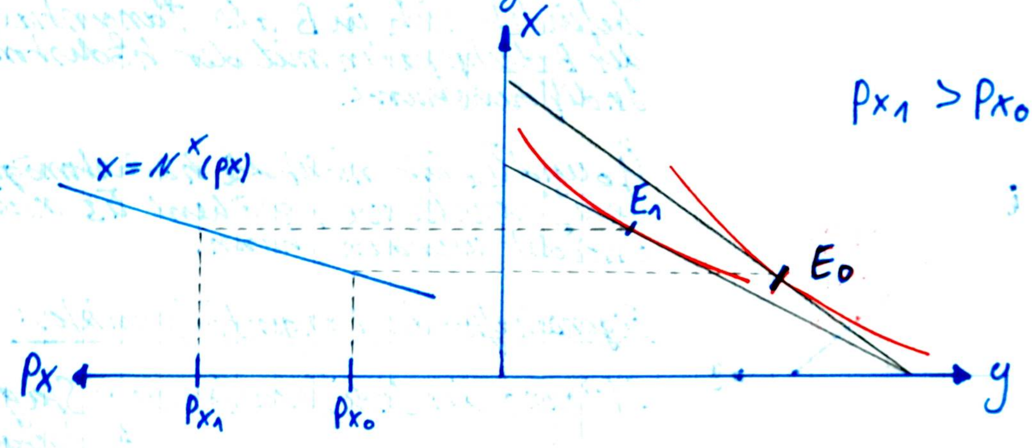
$$\eta_{xe} = \frac{e\,\frac{dx}{de}}{x} = \text{negativ}$$

Aufgabe 1.9c:



Es ist keine hinreichende Bedingung, wenn das EK sinkt, dass dann auch die Menge sinkt. Durchaus kann es sein, dass durch ein Einkommensrückgang die Nachfrage nach einem Gut steigt (inf. Gut)

Aufgabe 1.10: e ist gegeben
p_x ist gegeben
x = Konsumgut



x ist ein Giffen-Gut, da $\frac{dN^x(p_x)}{dp_x} > 0$

Aufgabe 1.10 b: Preiselastizität der Nachfrage nach Gut x

$\eta(x, p_x) = \eta_{x\,p_x}$

$\frac{dN^x(p_x)}{dp_x} \cdot \frac{p_x}{x} \iff \frac{\frac{dN^x(p_x)}{x}}{\frac{dp_x}{p_x}}$ relative Änderung von $x = N^x$ / relative Änderung von p_x

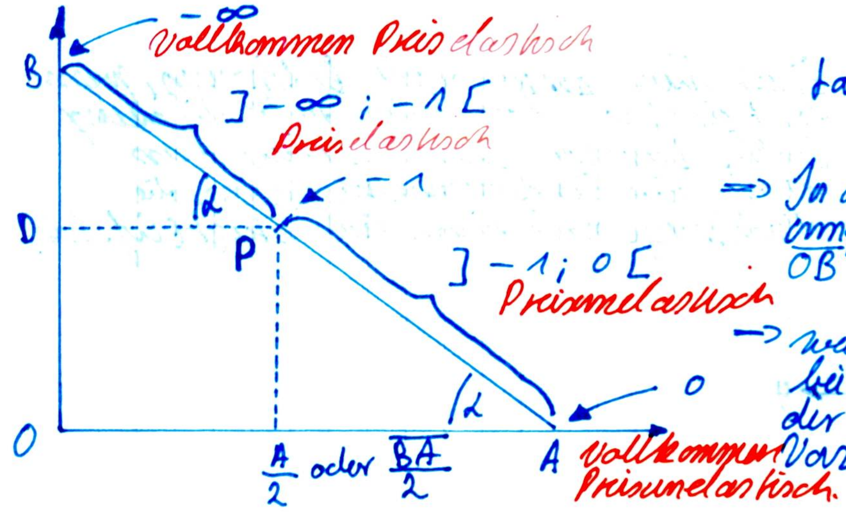
BSP: $\left.\begin{aligned} \partial N^x(p_x) &= 1 \\ x &= 10 \end{aligned}\right\}$ relative Änderung 10%

Die Preiselastizität der Nachfrage PEN gibt an, um wieviel sich die Nachfrage nach Gut x prozentual ändert, wenn sich p_x um 1% erhöht.

Es gilt: $\eta(x, p_x)$ | < 0 = normales Gut ⊗
| > 0 = Giffen Gut

Die Änderung der Elastizität (normales Gut):

⇒ Wegen $p, x > 0$ und $\frac{dx}{dp} < 0$ muß diese Elastizität immer ein negatives Vorzeichen haben.



$\tan\alpha = \frac{OB}{OA}$ = im Punkt B

⇒ In der Vorlesung wurde das daraus so umgeformt, dass man die Strecke $\overline{OB}$ ins Verhältnis nimmt, also $-\frac{OD}{DB}$

⇒ weil wir ja beim normalen Gut sind, bei dem die konsumierte Menge nach der Preiserhöhung steigt, muss das Vorzeichen immer negativ sein!
$\eta(x, p_x) < 0$ (s.o.) ⊗

Die Elastizität ist also entlang der Geraden genommenen Abstände des Punktes P zur Abszisse und zur Ordinate, und zwar mit neg. Vorzeichen.

Im Punkt A ist die Elastizität demnach gleich null. $\frac{OD}{OA} = \frac{OO}{OA} = 0$

Im Punkt P, der die Strecke $\overline{BA}$ halbiert, ist die Elastizität gleich -1

Im Punkt B ist die Elastizität gleich $-\infty$, da $\frac{OB}{OA} = \frac{OB}{OO} = -\infty$

<u>Wofür ist die Elastizität überhaupt gut?</u>

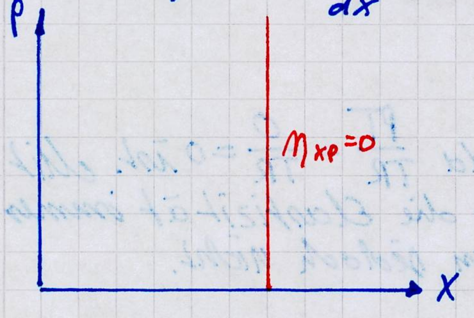
Die Elastizität ist eng verwandt mit der ersten Ableitung einer Funktion. Sie sagt aus, wie sich die eine Größe verändert, wenn sich eine andere Größe verändert.

Die Aussage: Der Bierpreis steigt um +3 sagt nichts aus, wenn keine Maßeinheit (also Euro, Dollar, Franken etc.) sowie keine Mengeneinheit (Liter, Hektoliter, pro Flasche etc.) angegeben ist.

Die Aussage: Die Preiselastizität der Nachfrage bei der gegenwärtigen Absatzmenge beträgt $-0{,}51$ sagt direkt aus, dass eine Preiserhöhung / Senkung um 1% die Nachfragemenge um 0,51% zurückgehen / ansteigen lassen würde.

Die Elastizität ist in jedem Punkt, der sich auf der Gerade $\overline{BA}$ befindet verschieden. Würde anstelle der Geraden $\overline{BA}$ eine Hyperbel die Elastizität beschreiben, wäre die Elastizität auf jedem Punkt der Hyperbel -1

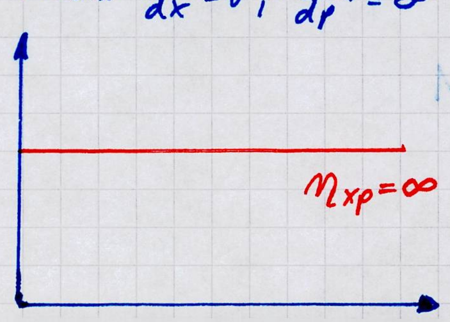
⟹ ist eine Nachfragekurve, die parallel zur Ordinate steht. In jedem Punkt gilt $\frac{dp}{dx} = \infty$; $\frac{dx}{dp} = 0$; $\eta_{xp} = 0$



⟶ Vollkommen unelastische Nachfrage

hier kann der Preis steigen und fallen wie er will, die Menge ändert sich nicht

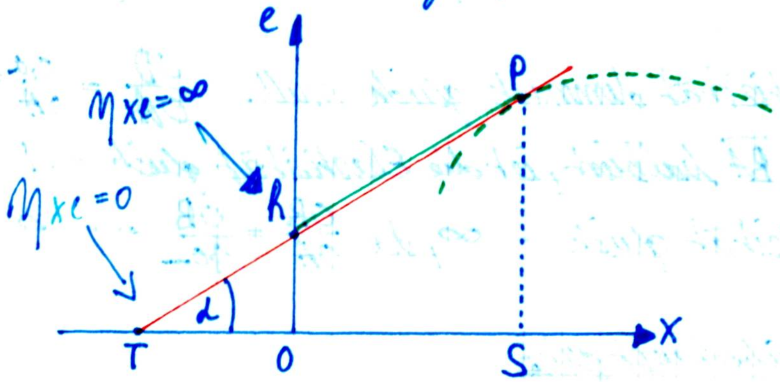
⟹ ist die Nachfragekurve parallel zur Abszisse gestellt, gilt in jedem Punkt $\frac{dp}{dx} = 0$; $\frac{dx}{dp} = \infty$; $\eta_{xp} = \infty$



⟶ Vollkommen elastische Nachfrage

hier ändert sich die Menge sobald der Preis um einen infinitesimal kleinen Wert verändert wird.

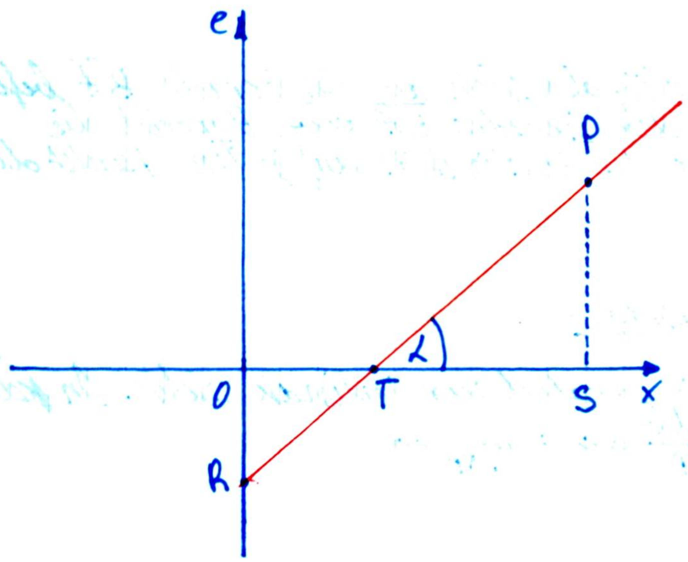
Die Elastizität kann auch positiv sein. Die Gerade läuft dann anders herum (steigend).



$$\eta_{xe} = \frac{PT}{PR}$$

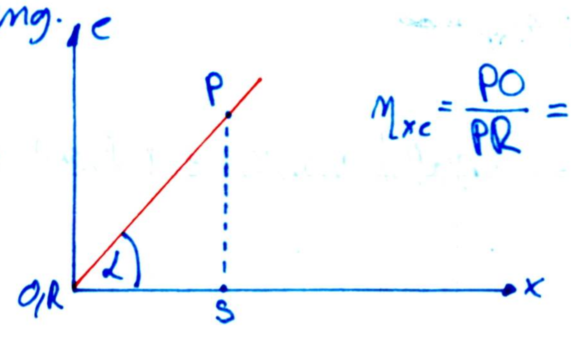
Im Punkt R ist die Elastizität unendlich. $\frac{PT}{PR} = \frac{PT}{0} = \infty$
Für wachsendes Einkommen wird sie immer kleiner, bleibt aber immer größer als 1. Irgendwann ist die Strecke RP so gross, dass der dann relative Abstand RT nicht mehr viel ausmacht. Jedoch gilt dann immer noch $\frac{PT}{PR}$ und da $\overline{PT}$ um den Abstand $\overline{RT}$ größer ist als PR, muss die Elastizität immer größer 1 bleiben.

In der folgenden Zeichnung schwankt die positive Elastizität dann zwischen 0 und unter 1.



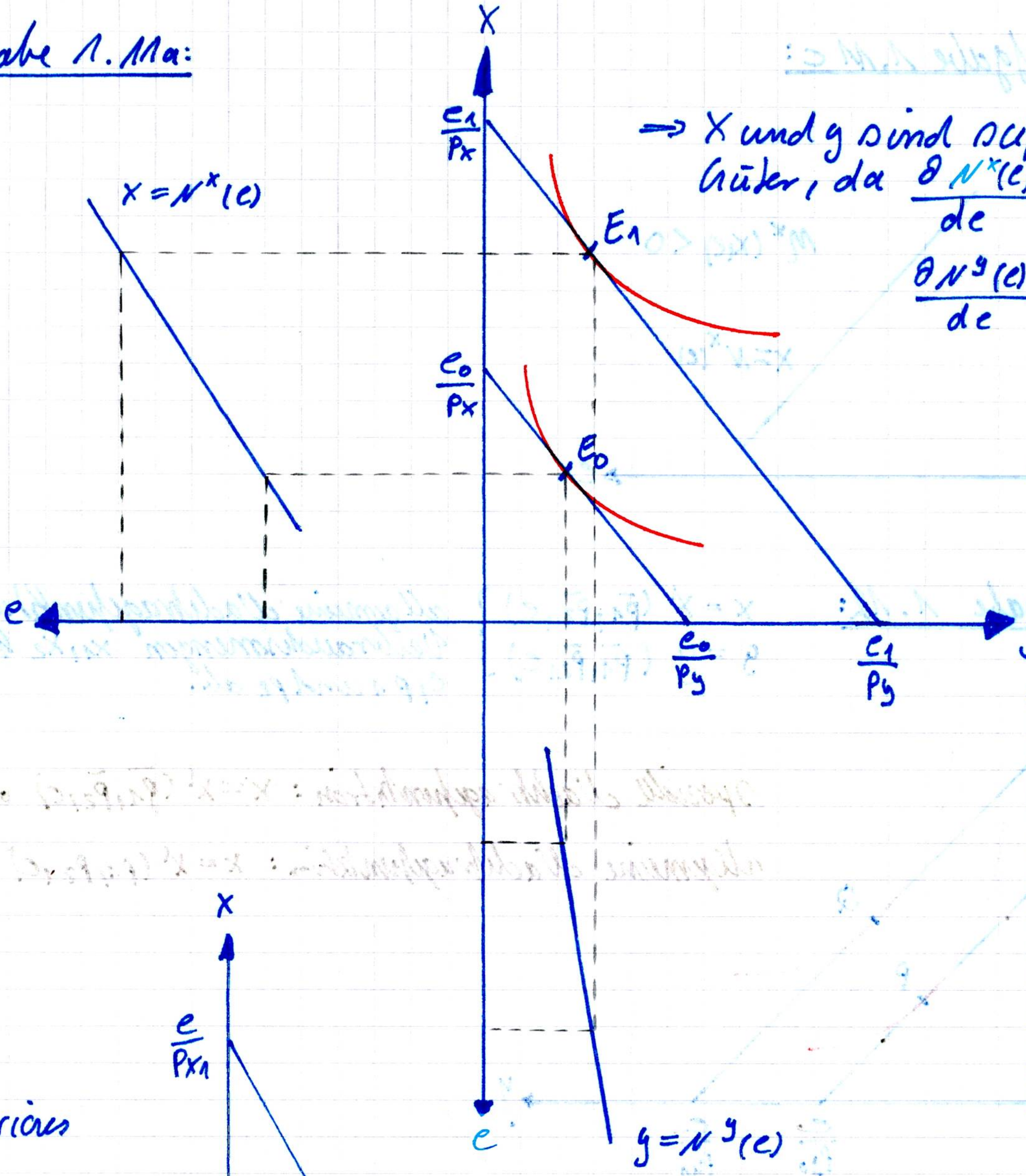
Im Punkt T ist die Elastizität Null, da $\frac{PT}{TR} = \frac{0}{TR} = 0$ ist. Mit wachsendem Einkommen nähert sich die Elastizität immer mehr dem Wert "1" zu, erreicht diesen jedoch nicht.

Auch hier gibt es eine Elastizität, die (ähnlich wie bei der Hyperbel, s.o.) überall 1 ist. Eine solche Elastizität beschreibt die Gerade aus dem Ursprung.



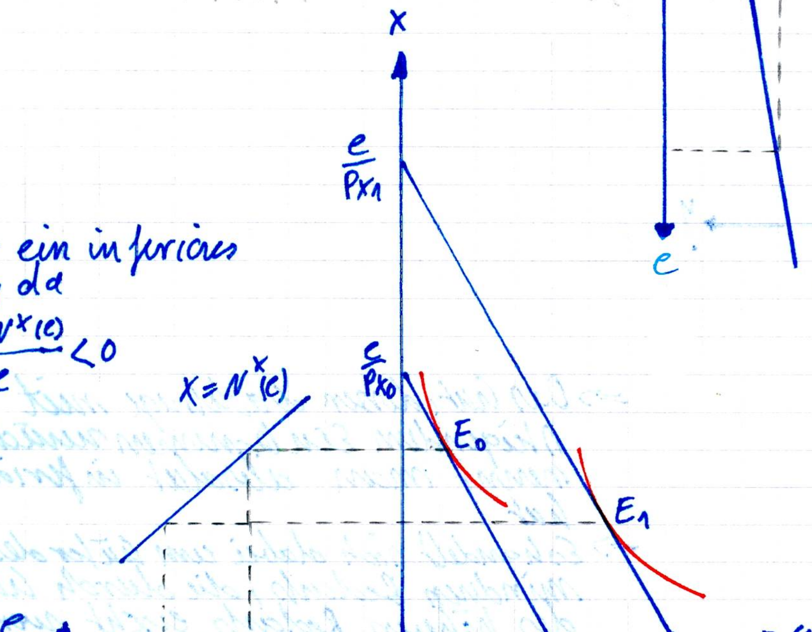
$$\eta_{xe} = \frac{PO}{PR} = 1$$

Aufgabe 1.11a:



$\Rightarrow$ X und y sind superiore Güter, da $\frac{\partial N^x(e)}{de} > 0$ und $\frac{\partial N^y(e)}{de} > 0$.

X ist ein inferiores Gut, da $\frac{dN^x(e)}{de} < 0$



Aufgabe 1.11b: Einkommenselastizität der Nachfrage nach Gut x

$\eta(x,e) = \eta_{xe}$

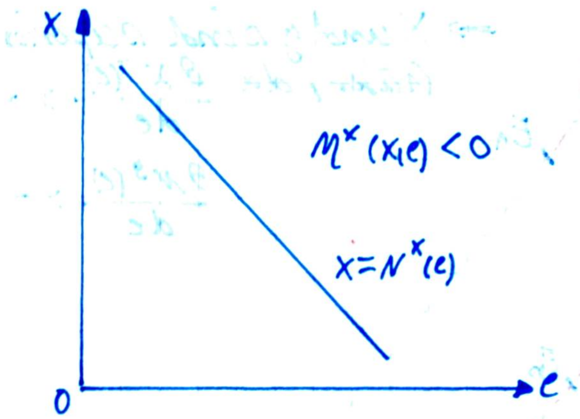
$= \frac{dN^x(e)}{de} \cdot \frac{e}{x}$ Ableitung der Nachfragefunktion

$$\boxed{\eta(x,e) \begin{cases} > 0 & \text{Superiores Gut} \\ < 0 & \text{inferiores Gut} \end{cases}}$$

$$\frac{\frac{\partial N^x(e)}{x}}{\frac{de}{e}} = \frac{\text{relative Änderung von } x}{\text{relative Änderung von } e}$$

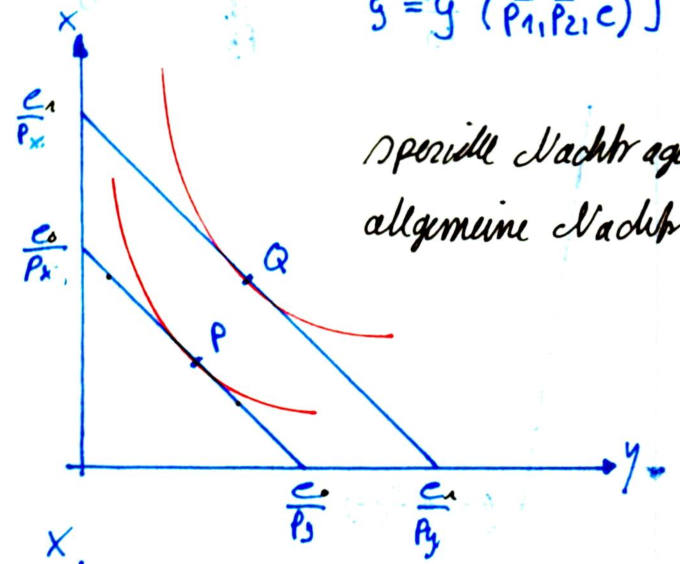
Die Einkommenselastizität der Nachfrage EEN gibt an, um wieviel sich die Nachfrage nach Gut x prozentual ändert, wenn sich e um 1% erhöht.

Aufgabe 1.11c:



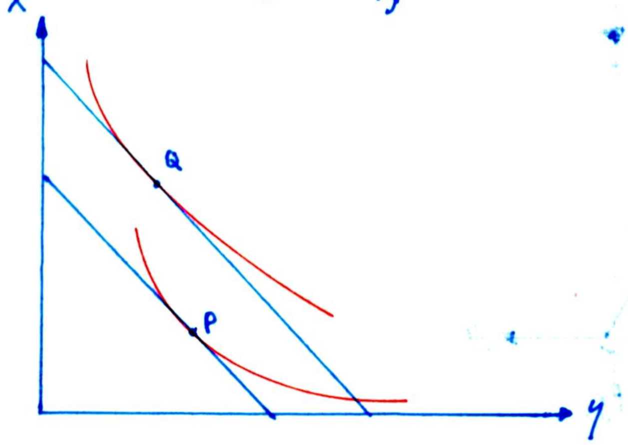
Aufgabe 1.12:

$x = x^1(\bar{p}_1, \bar{p}_2, e)$
$y = y(\bar{p}_1, \bar{p}_2, e)$ } allgemeine Nachfragefunktionen. Die optimalen Verbrauchsmengen x_1, x_2 hängen jeweils von e, p_1 und p_2 ab.



spezielle Nachfragefunktion: $x = x^1(\bar{p}_1, \bar{p}_2, e)$ oder $x = x^1(p_1, p_2, \bar{e})$

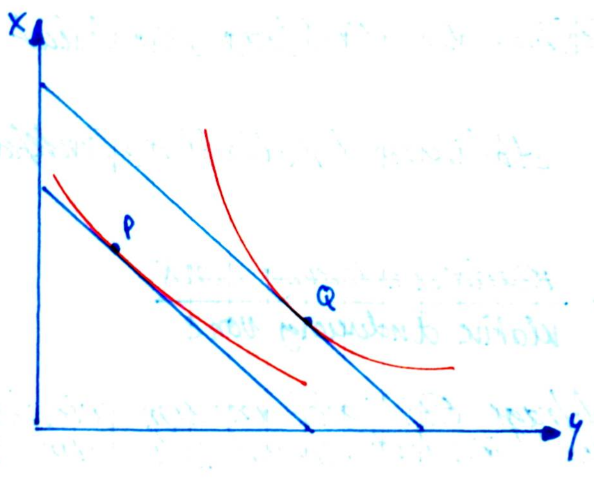
allgemeine Nachfragefunktion: $x = x^1(p_1, p_2, e)$



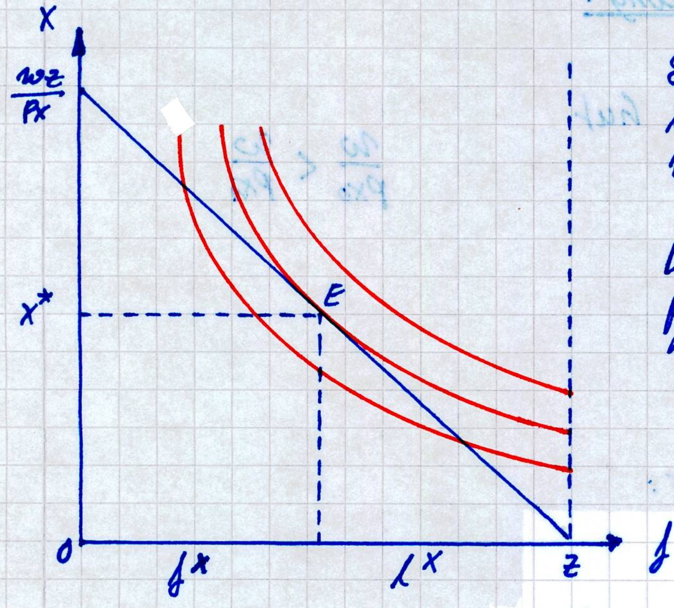
⇒ Das Gut, dessen Nachfrage mit steigendem Einkommen zurückgeht, nennt man absolut inferiores Gut

⇒ Es handelt sich dabei um Güter des minderen Bedarfs, die durch Güter des höheren Bedarfs ersetzt werden.
z.B. Margarine wird ersetzt durch Butter
Kartoffeln wird ersetzt durch Fleisch

⇒ Bei einer Einkommenssenkung nimmt die Nachfrage nach absolut inferioren Gütern entsprechend zu.



Aufgabe 1.13: Nutzenmaximum grafisch ermitteln



Einführung einer Nutzenfunktion $u = U(x,f)$ mit $U_x(x,f) > 0$ und $U_{xx}(x,f) < 0$, $U_{ff}(x,f) < 0$.

Das Nutzenmaximum ist im Tangentialpunkt E von Budgetgerade und höchstmöglicher Indifferenzkurve.

→ Eigenschaften des Tangentialpunktes E:

→ Im Tangentialpunkt gilt immer: Steigung der Indifferenzkurve = Steigung der Budgetgerade

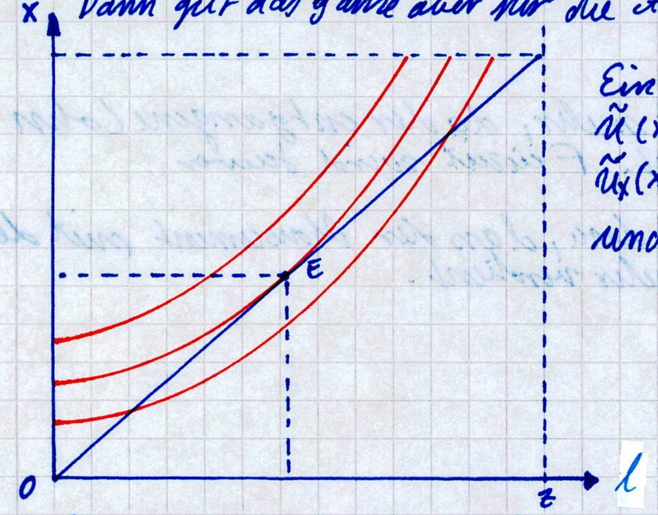
Also:

$$-\frac{\frac{dU}{df}}{\frac{dU}{dx}} = -\frac{w}{p_x} \iff \frac{\frac{dU}{df}}{\frac{dU}{dx}} = \frac{w}{p_x}$$

GRS = Reallohnsatz

Die Grenzzahlungsbereitschaft für eine zusätzliche Einheit Freizeit in Einheiten des Konsumgutes ist gleich dem Reallohnsatz.

→ alternativ kann man die Budgetgerade auch steigend verlaufen lassen. Dann gilt das Ganze aber für die Arbeitszeit und nicht für die Freizeit.



Einführung einer Nutzenfunktion: $\tilde{U}(x,l) = \tilde{U}(x, z-l) = \tilde{U}(x,f)$ mit $l = z - f$

$\tilde{U}_x(x,l) > 0$,

und $\tilde{U}_{xx}(x,l) < 0$

$\tilde{U}_{ll}(x,l) > 0$

Das Nutzenmaximum ist im Tangentialpunkt E von Budgetgerade und höchstmöglicher Indifferenzkurve.

→ Eigenschaften des Tangentialpunktes (s.o.)

$$-\frac{\frac{d\tilde{U}}{dl}}{\frac{d\tilde{U}}{dx}} = -\frac{w}{p_x} \iff \frac{\frac{d\tilde{U}}{dl}}{\frac{dU}{dx}} = \frac{w}{p_x}$$

Der Grenzschaden!
Je größer l, desto kleiner wird f.
Je mehr l wir haben, desto weniger Freizeit haben wir.

b) Die Wirkung einer Reallohnerhöhung:

Menge x
Konsumgut x → superiores Gut
Freizeit f → superiores Gut
Arbeitszeit l } Gesamtzeit
Freizeit f

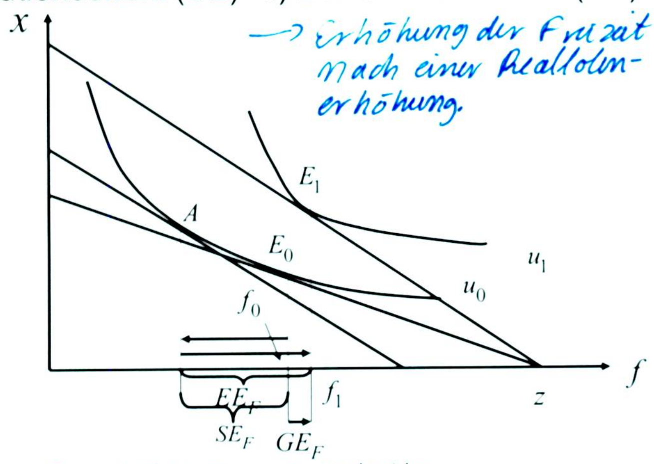
Lohnsatz w } exogen gegeben
Konsumgut p_x

$$\frac{w}{p_{x0}} < \frac{w}{p_{x1}}$$

Der EE überkompensiert den SE:

Die Wirkung einer Reallohnerhöhung (2. Möglichkeit)
i) Substitutionseffekt (SE) ii) Einkommenseffekt (EE)

→ Erhöhung der Freizeit nach einer Reallohnerhöhung.



Bewegungen: Gesamteffekt $E_0 \rightarrow E_1$, zerlegt in:

i) Substitutionseffekt $E_0 \rightarrow A$ ii) Einkommenseffekt $A \rightarrow E_1$

Der EE ist dem Betrag größer als der SE (der EE überkompensiert hier den SE)

→ SE: Der Konsument arbeitet mehr, da der entgangene Lohn einer Einheit Freizeit zunimmt. Freizeit wird teurer

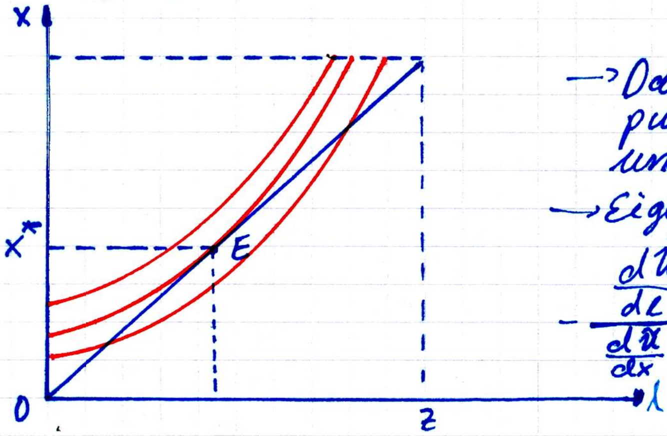
→ EE: Die Reallohnerhöhung führt dazu, dass der Konsument mit dem gleichen Arbeitsangebot mehr verdient.

Aufgabe 1.14:

→ Gut X in der Menge $x \geq 0$ } Grenznutzen sei positiv
→ Freizeit F in der Menge $f \geq 0$ }

→ $\overline{z}$ sei positiv und konstant
$\overline{z} = f + l$

$\tilde{U}(x,l) := \tilde{u}(x, z-l)$
$\tilde{U}_f(x,f) = -\tilde{u}(x,f) < 0$
$\tilde{U}_x(x,f) > 0$
$\tilde{U}_{xx}(x,l) < 0$
$\tilde{U}_{ff}(x,f) > 0$

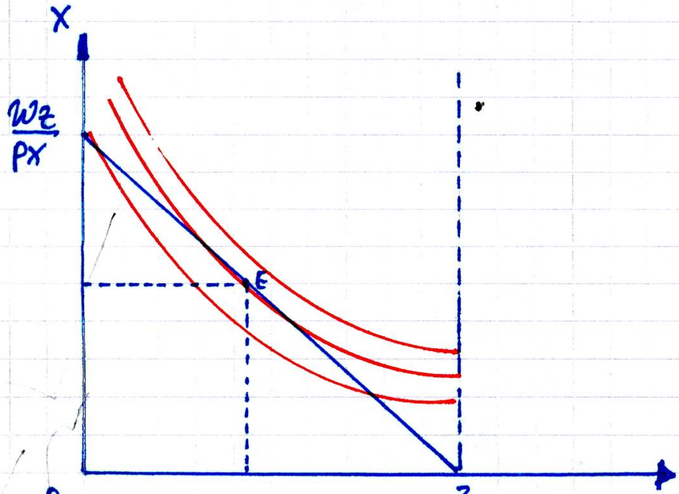


→ Das Nutzenmaximum ist im Tangentialpunkt E von Budgetgerade und höchstmöglicher Indifferenzkurve
→ Eigenschaften des Tangentialpunktes E:

$$-\frac{\frac{d\tilde{U}}{dl}}{\frac{d\tilde{U}}{dx}} = -\frac{w}{p_x} \Longleftrightarrow \frac{\frac{d\tilde{U}}{dl}}{\frac{d\tilde{U}}{dx}} = \frac{w}{p_x}$$

⇒ alternativ kann die Budgetgerade auch fallend verlaufen

$u = U(x,f)$ mit $U_x(x,f) > 0$ und $U_{xx}(x,f) < 0$, $U_{ff}(x,f) < 0$



Das Nutzenmaximum ist im Tangentialpunkt E von Budgetgerade und höchstmöglicher Indifferenzkurve

In E gilt: Steigung der Indifferenzkurve = Steigung der Budgetgerade.

$$-\frac{\frac{dU}{df}}{\frac{dU}{dx}} = -\frac{w}{p_x} \Longleftrightarrow \frac{\frac{dU}{df}}{\frac{dU}{dx}} = \frac{w}{p_x}$$

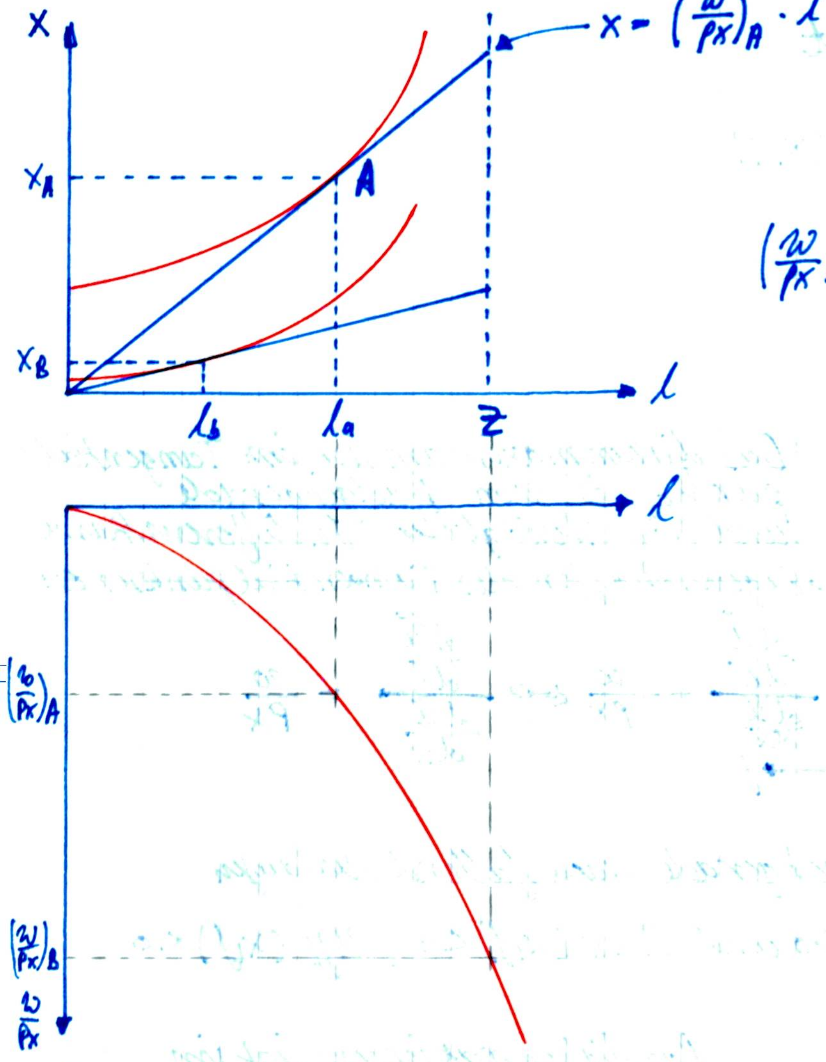
GRS = Reallohnsatz

Die Grenzzahlungsbereitschaft für eine zusätzliche Einheit Freizeit in Einheiten des Konsumguts ist gleich dem Reallohnsatz.

Aufgabe 1.15:

$e = p_l \cdot l = w \cdot l$

Gut X wird mit dem Marktpreis p_X bewertet



$\left(\frac{w}{p_X}\right)_B < \left(\frac{w}{p_X}\right)_A$

Aufgabe 1.16:

Konsumgut x in zwei Perioden h, m

e_h, e_m = gegebene Einkommen

x_h, x_m = Konsummengen

r = gegebener Zinssatz

$p_x = 1$ für beide Perioden

a) heute: $x_h + s = e_h$

$s = e_h - x_h \gtreqless 0$

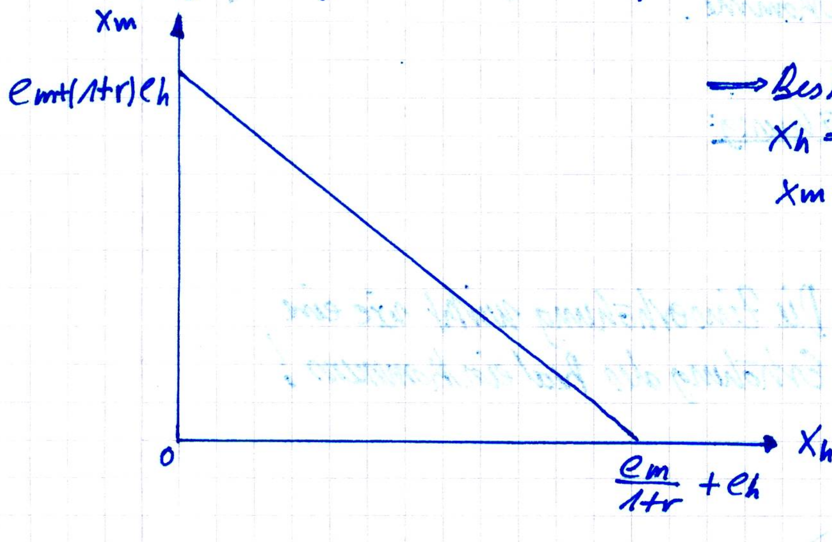
b) morgen: $x_m = e_m + (1+r)s$ mit $r \geq 0$

$s = e_h - x_h$ (in b, also oben einsetzen)

$x_m = e_m + (1+r)(e_h - x_h)$

$x_m = [e_m + (1+r)e_h - (1+r)x_h]$

a) Eigenschaften der intertemporalen Budgetgleichung:



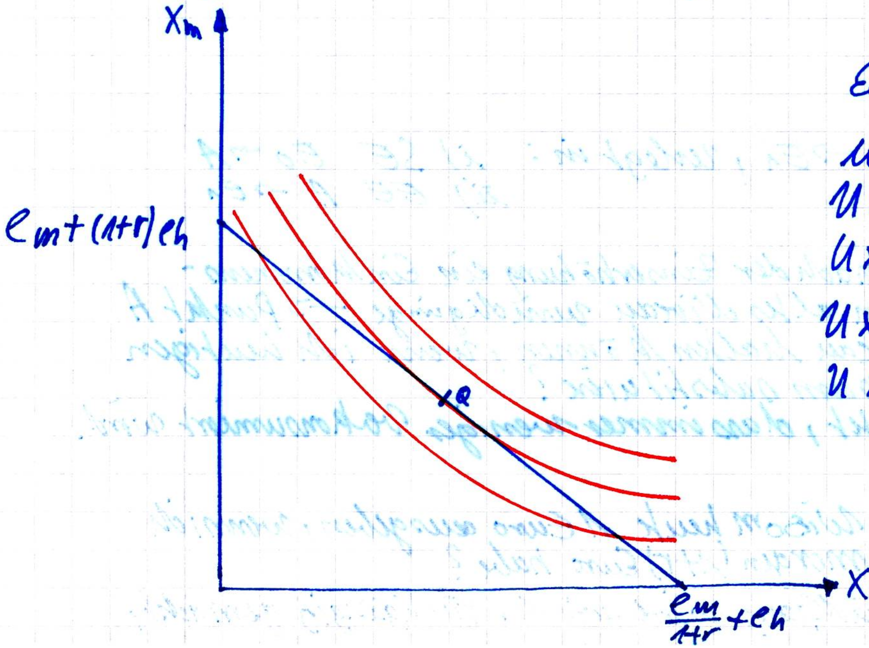
$\Longrightarrow$ Bestimmung der Achsenabschnitte

$x_h = 0 \Longleftrightarrow x_m = e_m + (1+r)e_h$

$x_m = 0 \Longleftrightarrow (1+r)x_h = e_m + (1+r)e_h$

$x_h = \frac{e_m}{1+r} + e_h$

b) Geometrische Bestimmung des Nutzenmaximalen Kaufplans:



Einführung einer Nutzenfunktion:

$u = U(x_h, x_m)$

$U_{x_h} = (x_h, x_m) > 0$

$U_{x_m} = (x_h, x_m) > 0$

$U_{x_h x_h}(x_h, x_m) < 0$

$U_{x_m x_m}(x_h, x_m) < 0$

Der Nutzenmaximale Kaufplan ist im Tangentialpunkt Q von Budgetgerade und höchstmöglicher Indifferenzkurve

Eigenschaften des Tangentialpunktes:

In Q gilt immer: Steigung der Indifferenzkurve = Steigung Budgetgerade

$$-\frac{\frac{dU}{dx_H}}{\frac{dU}{dx_M}} = -(1+r) \iff \frac{\frac{dU}{dx_H}}{\frac{dU}{dx_M}} = (1+r)$$

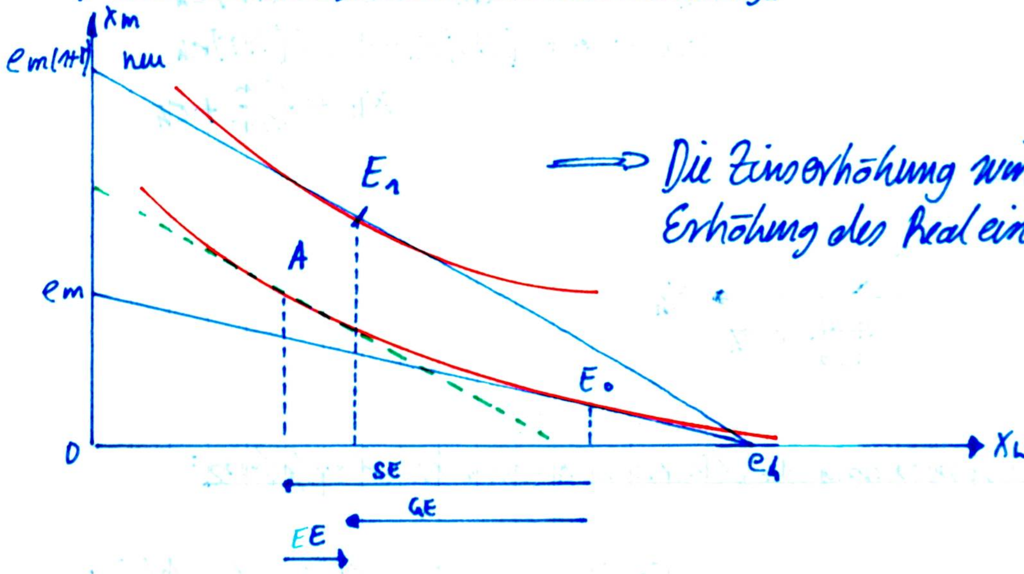
$$\frac{\text{GRS des morgigen Konsums}}{\text{GRS des heutigen Konsums}} = \text{Aufzinsungsfaktor}$$

Verbal: GRS = Aufzinsungsfaktor

Die Grenzzahlungsbereitschaft für eine zusätzliche Einheit des heutigen Konsums in Einheiten des morgigen Konsums ist gleich dem Aufzinsungsfaktor

Gegenwartspräferenz: auf den heutigen Konsum bin ich bereit zu verzichten, wenn ich morgen das 1+r -fache dafür bekomme.

c) Die Wirkung einer Zinserhöhung:



⟶ Die Zinserhöhung wirkt wie eine Erhöhung des Realeinkommens!

⟶ Bewegungen: Gesamteffekt $E_0 \to E_1$, zerlegt in: i) SE $E_0 \to A$
ii) EE $A \to E_1$

⟶ Wie werde ich reagieren, wenn nach der Zinserhöhung ein Einkommensrückgang einträte und er in sein altes Niveau zurückginge ⟶ Punkt A

⟶ Wie werde ich mein altes Niveau halten können, wenn ich heutigen Konsum durch morgigen Konsum substituiere?

⟶ SE ist immer darauf gerichtet, dass immer weniger verkonsumiert wird.

Rückgang heutiger Konsum
Zugang morgiger Konsum } Warum heute 1 Euro ausgeben, wenn ich morgen (1+r) Euro habe?

⟶ Von A nach E_1: Der Einkommensrückgang wird wieder rückgängig gemacht, um auf das neue Niveau zu kommen (EE)

→ SE: Der Konsument spart mehr, um mit dem höheren Zusatz-nehmen morgen, den Nutzenentgang heute zu überkompensieren. Der heutige Konsum wird teurer.

→ EE: die Zinserhöhung wirkt wie eine Erhöhung des Realeinkommens

→ X_h geht zurück, e_h ist constant, s erhöht sich

→ Der SE ist dem Betrag nach größer als der EE. Der SE überkompensiert den EE

Aufgabe 1.17:

a) $\left.\begin{matrix} e_h > 0 \\ X_h \end{matrix}\right\}$ exogen, Periode 1

$\left.\begin{matrix} e_m > 0 \\ X_m \end{matrix}\right\}$ exogen, Periode 2

$u = U(X_h, X_m)$

r = Zinssatz

Konsumgut $X_h, X_m = 1 = p_x$

heute: $X_h + S = e_h$

$S = e_h - X_h$

morgen: $X_m = e_m + S\,(1+r)$

$X_m = e_m + (e_h - X_h)\,(1+r)$

$X_m = e_m + e_h(1+r) - X_h(1+r)$

⟹ Bestimmung der Achsenabschnitte:

$X_h(1+r) = e_m + e_h(1+r)$

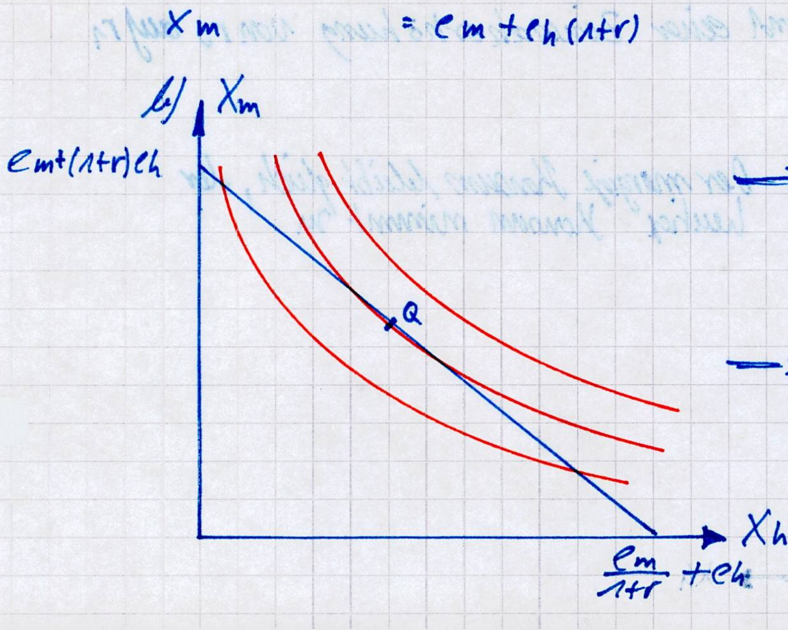
$X_h = \frac{e_m}{1+r} \cdot e_h$

$X_h = 0$

$X_m = e_m + e_h(1+r)$

Wo ist die intertemp. Budgetrestriktion? algebraisch

b)

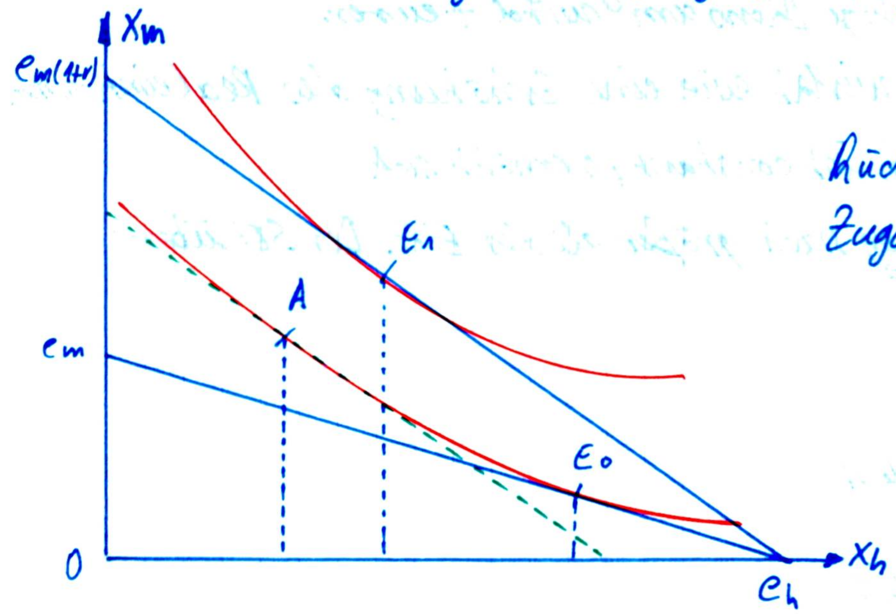


⟶ Der Nutzenmaximale Kaufplan ist im Tangentialpunkt Q von Budgetgerade und höchstmöglicher Indifferenzkurve

⟶ In Q ist die Steigung der Indifferenzkurve = der Steigung der intertemporalen Budgetgleichung (Budgetgerade)

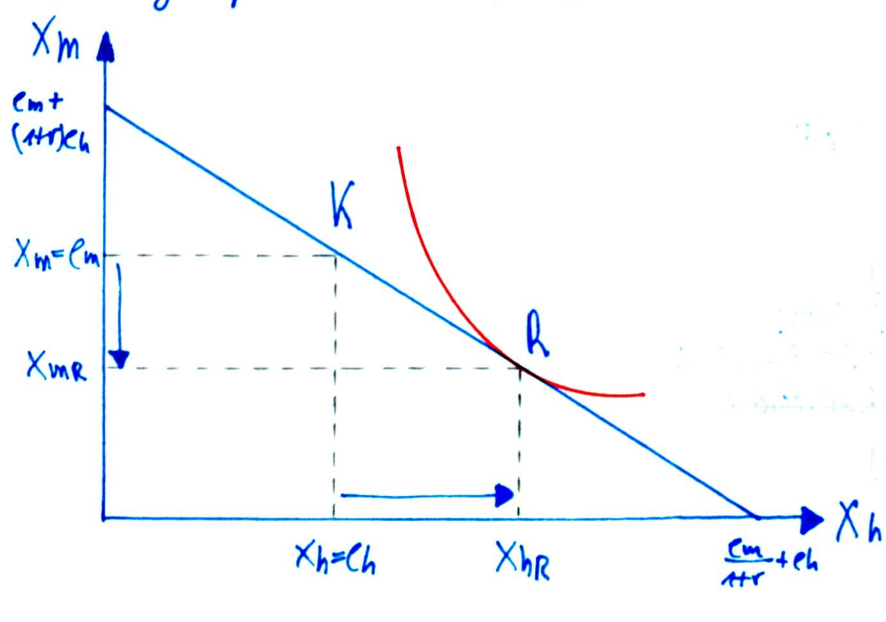
c) Der Konsument erzielt in Periode 1 eine negative Ersparnis, konsumiert also mehr als wie er verdient.

Der Zinssatz steigt von r_0 auf r_1

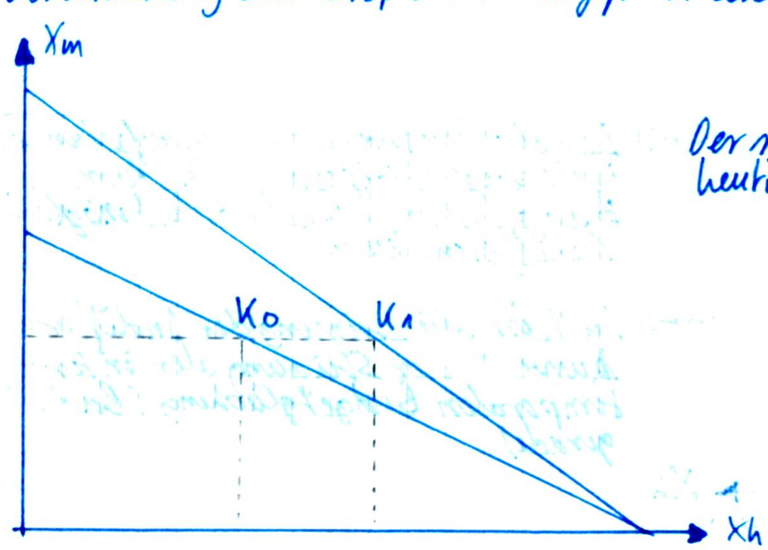


Rückgang heutiger Konsum
Zugang morgiger Konsum

→ Ausgangssituation – Der Konsument als Entsparer:



Veränderung der Ersparnis aufgrund einer Zinssatzerhöhung von r_0 auf r_1



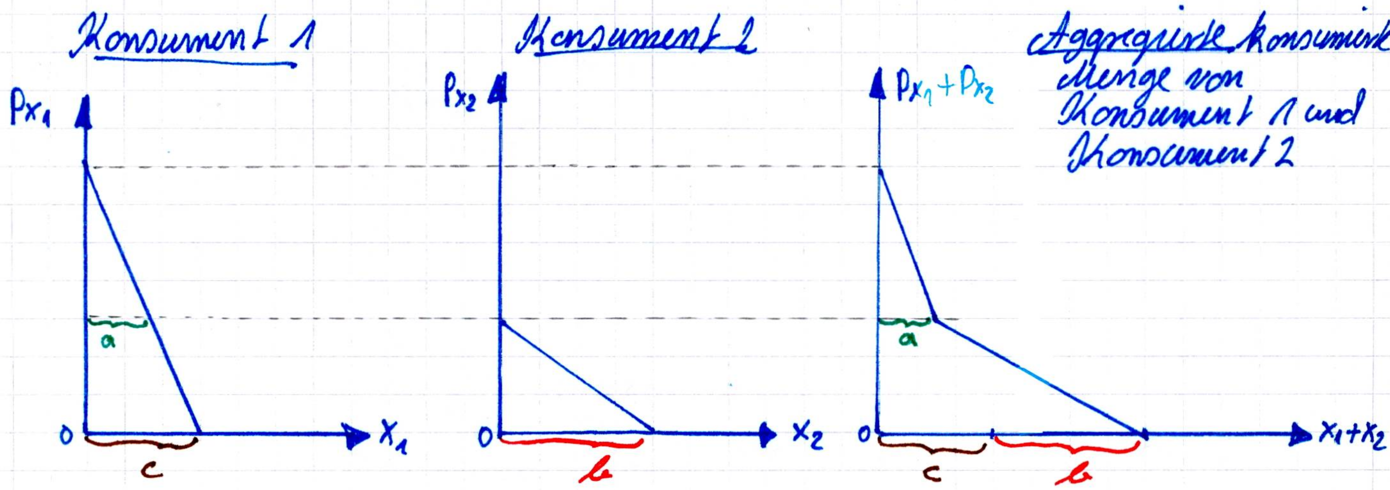
Der morgige Konsum bleibt gleich, der heutige Konsum nimmt zu

1) Durch eine Zinserhöhung kann der heutige Konsum abnehmen, da der Konsument morgen mehr bekommt, also $1+r$. Die Abnahme des heutigen Konsums bewirkt, dass das heutige Entsparen abnimmt und der Konsument sogar sparen kann, um morgen das verzinste Gesparte mehr zu konsumieren.

2) zudem kann es sein, dass der Konsument seine Verbrauchsgewohnheiten nicht ändert.

3) Es kann auch sein, dass der Konsument heute noch mehr entspart, also noch mehr Schulden macht.

Aufgabe 1.18:

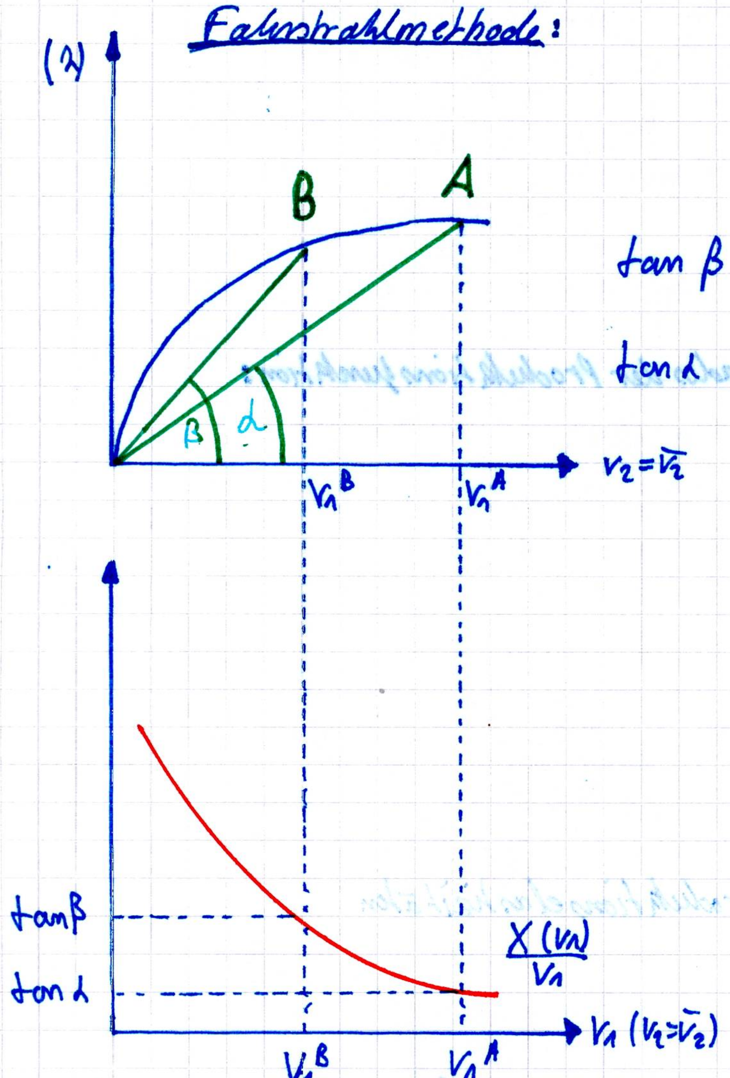


algebraische Aggregation:

$x_1 = N^1(p)$
$x_2 = N^2(p)$

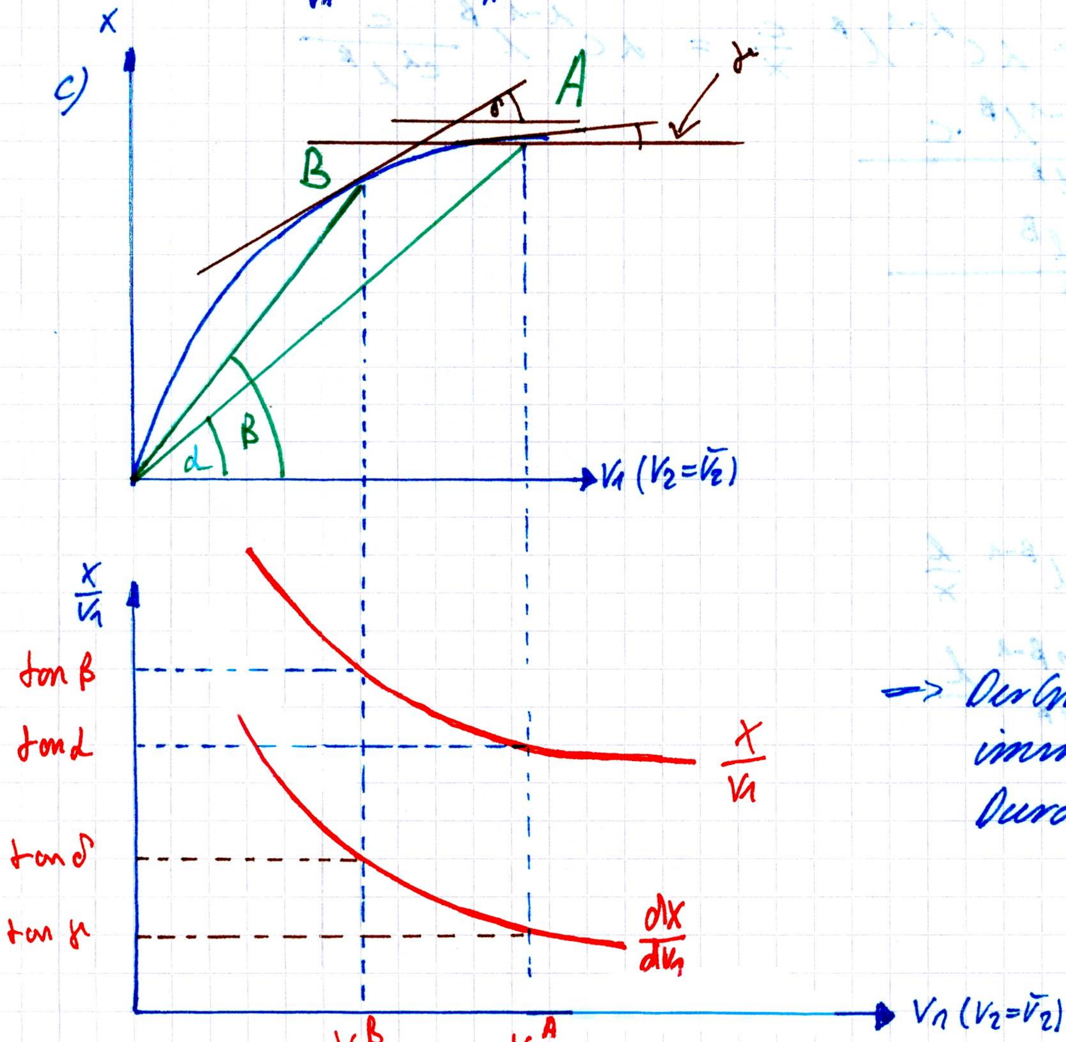
$x = x_1 + x_2 = N^1(p) + N^2(p) = N(p)$

Fahrstrahlmethode:



$$\tan\beta = \frac{x_B}{v_1^B}$$

$$\tan\alpha = \frac{x_A}{v_1^A}$$



=> Der Grenzertrag liegt immer unter dem Durchschnittsertrag.

Aufgabenteil D: => nicht möglich!

Aufgabe 2.4:

$$x = c^{\alpha} l^{\beta} \qquad \alpha, \beta > 0$$

x = Menge des Outputs

c, l = Faktoreinsatzmengen

→ Bestimmung des Homogenitätsgrades der Produktionsfunktion:

$$x = c^{\alpha} l^{\beta}$$

$$\lambda^{r} x = (c\lambda)^{\alpha} (l\lambda)^{\beta}$$

$$\lambda^{r} x = \lambda^{\alpha} c^{\alpha} l^{\beta} \lambda^{\beta}$$

$$\lambda^{r} x = \lambda^{\alpha+\beta} x$$

$$r = \alpha + \beta$$

→ Bestimmung der partiellen Produktionselastizitäten

für c:

$$x = c^{\alpha} l^{\beta}$$

$$\varepsilon(xc) = \varepsilon_{xc} = \alpha c^{\alpha-1} l^{\beta} \frac{c}{x} = \alpha c^{\alpha-1} l^{\beta} \frac{c}{c^{\alpha} l^{\beta}}$$

$$= \frac{\alpha c^{\alpha-1} l^{\beta} \cdot c}{c^{\alpha} l^{\beta}}$$

$$= \frac{\alpha c^{\alpha} l^{\beta}}{c^{\alpha} l^{\beta}}$$

$$= \alpha$$

für l:

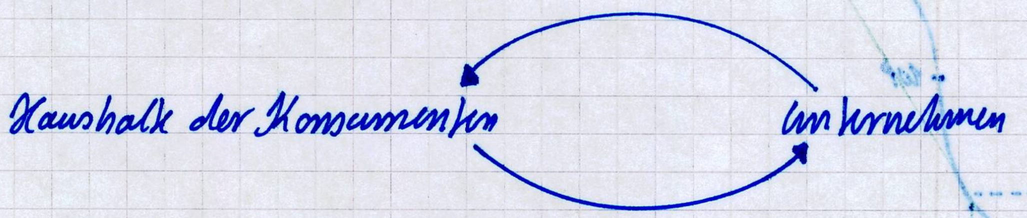
$$x = c^{\alpha} \beta l^{\beta-1} \frac{l}{x}$$

$$x = \frac{c^{\alpha} \beta l^{\beta-1} \cdot l}{c^{\alpha} l^{\beta}}$$

$$= \beta$$

Aufgabe 2.1:

Der Gütermarkt



Angebot und Nachfrage treffen auf einem Markt aufeinander. Sie werden durch den Preis abgestimmt. Das Problem der Zuteilung wird gelöst, indem ein Ausschluss über den Preismechanismus erfolgt.

Input, Produktionsfaktor $\xrightarrow{\text{Geht in den Produktionsprozess ein}}$ Werden mit Hilfe der Produktionstechnik umgewandelt in $\longrightarrow$ Output, Produktionsergebnis, Ertrag

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}$ mathematische Darstellung über Produktionsfunktion

X = produziertes Gut
x = Menge von Gut X

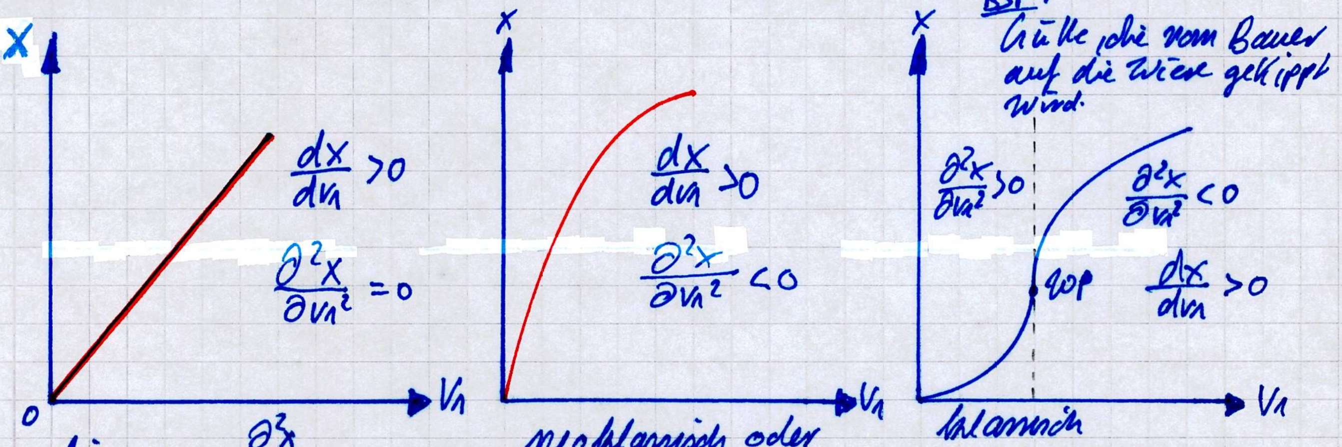
$v_1, \dots, v_n$: Menge der Produktionsfaktoren $1, \dots, n$

$x = X(v_1, \dots, v_n)$ Produktionsfunktion

Aufgabe 2.2:

x = Menge des Guts
r = Menge des Produktionsfaktors

Die Produktionsfunktion kann unterschiedlich aussehen:



linear $\frac{\partial^2 x}{\partial v_1^2} = 0$ — neoklassisch oder ertragsgesetzlich — klassisch

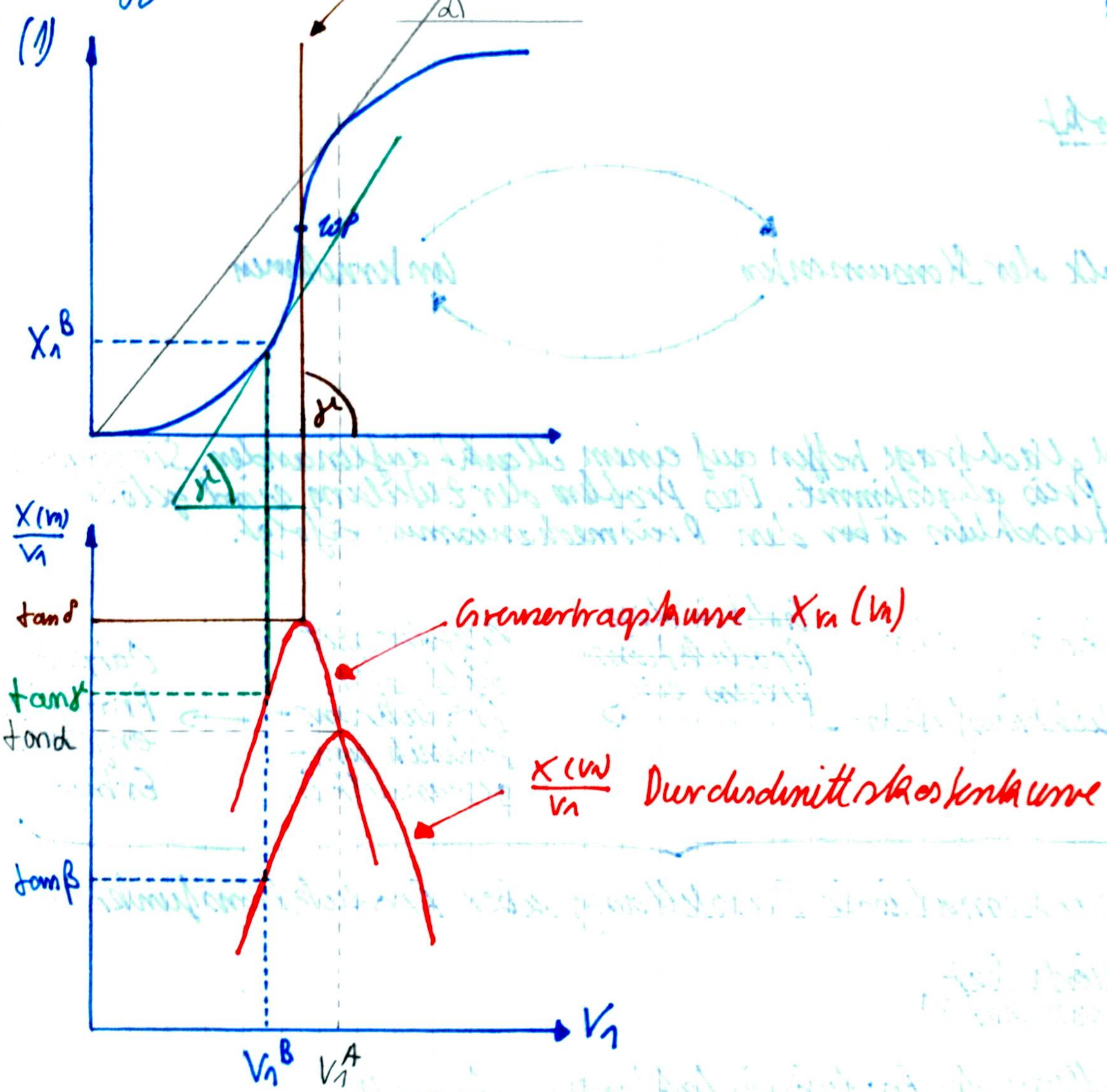
WP = Wendepunkt

⇒ es besteht eine feste prop. Beziehung zw. Input und Output

Ertragszuwachs nimmt ab, Gesetz des abn. Ertragszuwachses

WP = Wendepunkt

Aufgabe 2.3:



⟹ Die Grenzertragskurve $X_{v_1}(v_1)$ schneidet die Durchschnittskostenkurve $\frac{X(v_1)}{v_1}$ in deren Höhepunkt

⟹ Um die Grenzertragskurve zu bekommen, muss man immer die Tangente zeichnen.

$$\tan\gamma = \frac{dx_1}{dv_1}\Big|_B = X_1(v_1^B)$$

→ **Skalenelastizität: (Niveauelastizität) einer Produktionsfunktion**

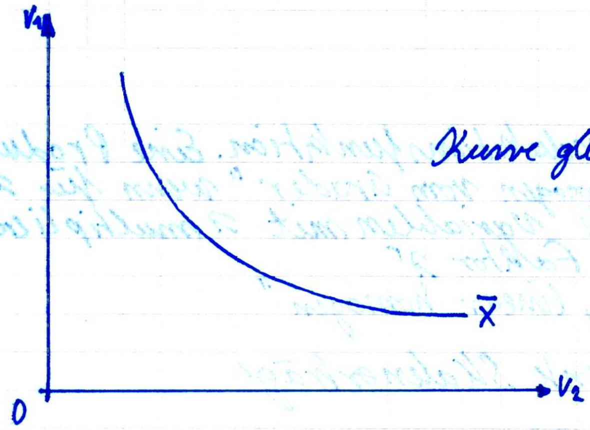
Wie ändert sich der Output wenn sich alle Inputfaktoren erhöhen

$$\frac{dx}{d\lambda} \cdot \frac{\lambda}{x} = \varepsilon(x, v_1) + \varepsilon(x, v_2)$$

Die Skalenelastizität gibt an, um wieviel sich der Output prozentual erhöht, wenn sich alle Inputs um jeweils 1% erhöhen.

Aufgabe 2.5:

$x = x(c, l)$, wobei $x_c, x_l > 0$ und $x_{cc}, x_{ll} < 0$



→ **Berechnung der Steigung einer Isoquante:**

um die Steigung zu berechnen benötigt man das totale Differential

1) Auf allen Punkten der Isoquante gleicher Output a) $dx = 0$
2) Totales Differential der Produktionsfunktion
   b) $dx = x'_{v_1}(v_1, v_2)\, dv_1 + x'_{v_2}(v_1, v_2)\, dv_2$
3) Kombination von a) und b)

$$x'_{v_1}(v_1, v_2)\, dv_1 + x'_{v_2}(v_1, v_2)\, dv_2 = 0$$

$$x'_{v_1}(v_1, v_2)\, dv_1 = -x_{v_2}(v_1, v_2)\, dv_2$$

$$\frac{dv_1}{dv_2} = -\frac{x_{v_2}(v_1, v_2)}{x'_{v_1}(v_1, v_2)} < 0$$

b) Grenzrate der technischen Substitution

Bei der Produktionsfunktion $x(v_1, v_2)$ lautet die Steigung der Isoquante

$$\frac{dv_1}{dv_2} = -\frac{x_{v_2}(v_1, v_2)}{x_{v_1}(v_1, v_2)}$$

Der Ausdruck $\frac{x'_{v_2}(v_1,v_2)}{x'_{v_1}(v_1,v_2)}$ heißt auch Grenzrate der technischen Substitution von v_1 durch v_2

Interpretation: Die Grenzrate der technischen Substitution von v_1 durch v_2 gibt an, wie viele Einheiten von v_1 der Produzent gegen eine zusätzliche Einheit von Gut v_2 eintauschen muss, wenn der Output konstant bleiben soll.

2) partielle und proportionale Faktorvariation

-> Bei der partiellen Faktorvariation bleibt ein Faktor konstant

-> Bei der proportionalen Faktorvariation ändern sich beide Inputs um den Faktor $\lambda > 0$

-> Ausgangslage: v_{10}, v_{20}

-> Neue Inputs: $v_1 = \lambda v_{10}$
$v_2 = \lambda v_{20}$

3) Homogenitätsgrad:

Der Homogenitätsgrad einer Produktionsfunktion. Eine Produktionsfunktion $x = x(v_1, v_2)$ heißt „homogen vom Grade r" wenn für $\lambda > 0$ gilt: $x\,\lambda^r = x(\lambda v_1, \lambda v_2)$ werden alle Variablen mit λ multipliziert, so erhöht sich der Output um den Faktor λ^r
Falls $r = 1$ heißt die Funktion „linear homogen"

4) steigende, sinkende, konstante Skalenerträge

für eine Produktionsfunktion gilt:

$r < 1$	$r = 1$	$r > 1$
unterlinear homogen	linear homogen	überlinear homogen
fallende Skalenerträge	konstante Skalenerträge	steigende Skalenerträge
$\frac{dx}{d\lambda}\frac{\lambda}{x} < 1$	$\frac{dx}{d\lambda}\frac{\lambda}{x} = 1$	$\frac{dx}{d\lambda}\frac{\lambda}{x} > 1$

5) Partielle Produktionselastizität des Faktors v_1

-> es wird nach der Produktionselastizität für einen meiner Faktoren gefragt.

$\varepsilon(x, v_1) = \varepsilon_{x v_1}$ Ableitung der Produktionsfunktion

$$= \frac{dx(v_1)\,v_1}{dv_1\,x}$$

$$= \frac{\frac{dx(v_1)}{x}}{\frac{dv_1}{v_1}}$$

relative Änderung von $x = x(v_1)$

relative Änderung von v_1

Die PEL des Faktors v_1 gibt an, wieviel sich der Output des Gutes x prozentual erhöht, wenn sich v_1 um 1% erhöht. Es gilt $\varepsilon(x,v_1) > 0$

6) Skalenelastizität (Niveauelastizität) einer Produktionsfunktion

Wie ändert sich der Output, wenn sich alle Inputfaktoren erhöhen

$$\frac{dx}{d\lambda}\,\frac{\lambda}{x} = \varepsilon(x,v_1) + \varepsilon(x,v_2)$$

Die Skalenelastizität gibt an, um wieviel sich der Output prozentual erhöht, wenn sich alle Inputs um jeweils 1% erhöhen

Wicksell Johnson Theorem:

Die Skalenelastizität einer Produktionsfunktion ist gleich der Summe der partiellen Produktionselastizitäten

Partielle Faktorvariation:

Bei der proportionalen Faktorvariation ändern sich beide Inputs um den Faktor $\lambda > 0$

Ausgangslage: v_{10}, v_{20}

Neue Inputs: $v_1 = \lambda v_{10}$
$v_2 = \lambda v_{20}$

Input-Verhältnis: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda v_{10}}{\lambda v_{20}} = \frac{v_{10}}{v_{20}} = 0$

Das Inputverhältnis bleibt gleich

Änderung von λ:

$$dv_1 = v_{10}\, d\lambda$$
$$dv_2 = v_{20}\, d\lambda$$

$$\frac{dv_1}{v_1} = \frac{v_{10}\, d\lambda}{v_{10}\,\lambda} = \frac{d\lambda}{\lambda}$$

$$\frac{dv_1}{v_1} = \frac{dv_2}{v_2} = \frac{d\lambda}{\lambda}$$

$$\frac{dv_2}{v_2} = \frac{v_{20}\, d\lambda}{v_2\,\lambda} = \frac{d\lambda}{\lambda}$$

Ändert sich λ, dann ist die relative Änderung von λ gleich der relativen Änderung der beiden Inputs.

→ Berechnung der Skalenelastizität (Niveauelastizität) (1):

Es gilt $dx = x_{v_1} dv_1 + x_{v_2} dv_2 \quad \Big| \frac{1}{x}$

$$\frac{dx}{x} = x_{v_1} \frac{dv_1}{x} + x_{v_2} \frac{dv_2}{x}$$

$$\frac{dx}{x} = x_{v_1} \frac{dv_1 v_1}{x v_1} + x_{v_2} \frac{dv_2 v_2}{x v_2}$$

$$\frac{dx}{x} = \underbrace{\boxed{x_{v_1} \frac{v_1}{x}}}_{\text{Partielle PEL von } v_1} \frac{dv_1}{v_1} + \underbrace{\boxed{x_{v_2} \frac{v_2}{x}}}_{\text{Partielle PEL von } v_2} \frac{dv_2}{v_2}$$

$$\frac{dx}{x} = \varepsilon(x, v_1) \frac{dv_1}{v_1} + \varepsilon(x, v_2) \frac{dv_2}{v_2}$$

Die relative Änderung des Outputs ist gleich mit der PEL gewichteten Änderungen der Inputs

→ Berechnung der Skalenelastizität (Niveauelastizität) (2):

Es gilt $\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{dv_1}{v_1} = \frac{dv_2}{v_2}$

$$\frac{dx}{x} = \varepsilon(x, v_1) \frac{d\lambda}{\lambda} + \varepsilon(x, v_2) \frac{d\lambda}{\lambda} \Longleftrightarrow$$

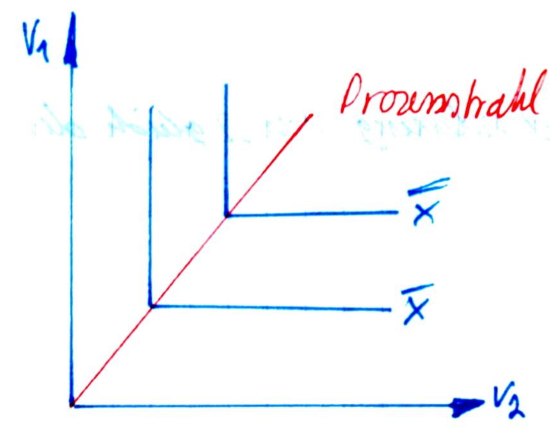
$$\frac{dx}{x} = \left[\varepsilon(x, v_1) + \varepsilon(x, v_2)\right] \frac{d\lambda}{\lambda} \quad \Big| \frac{\lambda}{d\lambda}$$

$$\boxed{\frac{\lambda}{x} \cdot \frac{dx}{d\lambda} = \varepsilon(x, v_1) + \varepsilon(x, v_2)}$$

Aufgabe 2.6:

$$x = x(c, l) = \min\left[a_1 c, a_2 l\right]$$

a) Isoquante im Ertragsgebirge



b) Grenzrate der technischen Substitution

→ bei linear-limitationalen Funktionen kann man nicht substituieren, da fest Input